

Tài liệu Toán cơ bản nâng cao – Mục tiêu điểm 9, 10 đề học kì Lớp 8

Tài liệu học tập lớp 8AV4

Giáo viên: Lê Tiến Đạt

Phần 1 Kiến thức cần nhớ

1. Sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong một tam giác.

a) Định nghĩa đường trung tuyến:

• Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là **đường trung tuyến** (xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC) của tam giác ABC .

• Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.

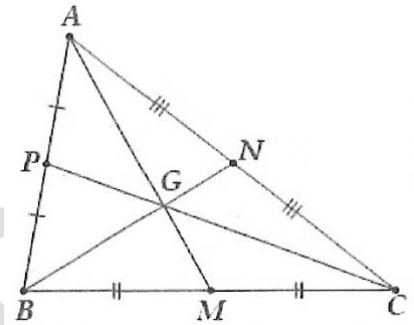
b) Tính chất:

• Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm).

• Chú ý: Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy. Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác.

• Trong hình vẽ trên, tam giác ABC có ba đường trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại trọng tâm G , ta có:

$$\frac{GA}{AM} = \frac{GB}{BN} = \frac{GC}{CP} = \frac{2}{3}$$



Phần 2 Các dạng bài tập

Dạng 1: Chứng minh mối quan hệ giữa các đoạn thẳng

Câu 1 – Mã VinaID 150372 – Vinastudy.vn:

Cho $\triangle ABC$, đường trung tuyến AM . Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = MA$. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AB, AC . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của ND, NE với BC . Chứng minh rằng $BI = IK = KC$.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC
 Mã VinaID 150372 – Vinastudy.vn:
 Cho $\triangle ABC$, đường trung tuyến AM . Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = MA$. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AB, AC .
 Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của ND, NE với BC . Chứng minh rằng $BI = IK = KC$.

Xét $\triangle ABN$ có ND, BM là các đường trung tuyến (vì D là trung điểm của AB , M là trung điểm của AN) cắt nhau tại I nên I là trọng tâm $\triangle ABN$ nên $BI = \frac{2}{3} BM = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} BC = \frac{1}{3} BC$.

Tương tự ta có: $CK = \frac{1}{3} BC$.

Ta có $BI + IK + CK = BC$
 hay $\frac{1}{3} BC + IK + \frac{1}{3} BC = BC$ nên $IK = \frac{1}{3} BC$

Vậy $BI = IK = KC$.

Dạng 2: Chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác

Phương pháp giải:

- Để chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác, ta có thể chứng minh theo một trong hai cách sau đây:

Cách 1. Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường trung tuyến trong tam giác.

Cách 2. Chứng minh điểm đó thuộc một đường trung tuyến và thỏa mãn một trong các tỉ lệ về tính chất ba đường trung tuyến trong tam giác.

Câu 4 – Mã VinaID 150375 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác DEF . Vẽ trung tuyến EM . Trên tia EM lấy hai điểm G và N sao cho $EG = \frac{2}{3}EM$ và M là trung điểm của GN . Gọi P là trung điểm của NF , GP cắt MF tại O .

Chứng minh rằng:

- a) O là trọng tâm của tam giác NGF .
- b) Lấy I thuộc đoạn GF sao cho $GI = \frac{1}{3}GF$. Chứng minh rằng 3 điểm E, I, P thẳng hàng.
- c) $GO = \frac{1}{3}EF$.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC

Mã VinaID 150375 – Vinastudy.vn:
 Cho tam giác DEF . Vẽ trung tuyến EM . Trên tia EM lấy hai điểm G và N sao cho $EG = \frac{2}{3}EM$ và M là trung điểm của GN . Gọi P là trung điểm của NF , GP cắt MF tại O .

Chứng minh rằng:
 a) O là trọng tâm của tam giác NGF .
 b) Lấy I thuộc đoạn GF sao cho $GI = \frac{1}{3}GF$. Chứng minh rằng 3 điểm E, I, P thẳng hàng.
 c) $GO = \frac{1}{3}EF$.

a) Xét $\triangle NFG$ có: FM và GP là các đường trung tuyến (vì M là trung điểm của GN , P là trung điểm của NF) và FM, GP cắt nhau tại O nên O là trọng tâm của $\triangle NFG$.

b) Vì có EM là trung tuyến của $\triangle DEF$ và $EG = \frac{2}{3}EM$ nên G là trọng tâm $\triangle DEF$ nên $EG = 2GM$ mà $GN = 2GM$ nên $EG = GN$ do đó EG là trung tuyến của $\triangle NEF$ mà $GI = \frac{1}{3}GF$ nên I là trọng tâm của $\triangle NEF$, do đó E, I, P thẳng hàng.

Câu 5 – Mã VinaID 150376 – Vinastudy.vn:

Cho ΔABC , đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của BM . Trên tia đối của tia AI lấy điểm E sao cho $IE = IA$.

- a. Điểm M là trọng tâm của tam giác nào
- b. Gọi F là trung điểm của CE . Chứng minh rằng ba điểm A, M, F thẳng hàng

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC
 Mã VinaID 150376 – Vinastudy.vn:
 Cho ΔABC , đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của BM .
 Trên tia đối của tia AI lấy điểm E sao cho $IE = IA$.

a. Điểm M là trọng tâm của tam giác nào
 b. Gọi F là trung điểm của CE . Chứng minh rằng ba điểm A, M, F thẳng hàng

a) Ta có: $CM = BM$, $CI = CM + MI = CM + \frac{1}{2} BM$
 $= BM + \frac{1}{2} BM = \frac{3}{2} BM$
 nên $\frac{CM}{CI} = \frac{BM}{\frac{3}{2} BM} = \frac{2}{3}$
 Vì $M \in CI$ và $CM = \frac{2}{3} CI$ CI là trung tuyến của ΔACE
 nên M là trọng tâm của ΔACE
 b) Vì M là trọng tâm của ΔACE nên AM đi qua trung điểm của CE ,
 mà F là trung điểm của CE nên A, M, F thẳng hàng

Giáo viên: Lê Tiến Đạt

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy

Tài liệu Toán cơ bản nâng cao – Mục tiêu điểm 9, 10 đề học kì Lớp 8

**Tài liệu học tập lớp 8AV4
Giáo viên: Nguyễn Thành Long**

Câu 6 – Mã VinalD 150351 – Vinastudy.vn:

Tính giá trị biểu thức:

a) $5x(2x-1)(2x+3)+10x(3x-2)-2x(10x^2-5x-2)$ với $x=2$;

b) $(x-1)(x^2+x+1)-x(x^2+2x+3)+2(x^2-2x+1)$ với $x=\frac{1}{7}$.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
ÔN TẬP CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐA THỨC – NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Mã VinalD 150351 – Vinastudy.vn:

Tính giá trị biểu thức:

a) $5x(2x-1)(2x+3)+10x(3x-2)-2x(10x^2-5x-2)$ với $x=2$;

B1: Nhân từng thừa số.
B2: Thay giá trị của x.

$$A = x [5(2x-1)(2x+3) + 10(3x-2) - 2(10x^2-5x-2)]$$

$$A = x [20x^2 + 20x - 15 + 30x - 20 - 20x^2 + 10x + 4]$$

$$A = x [60x - 31]$$

Thay $x=2$ vào biểu thức ta được:

$$A = 2 [60 \cdot 2 - 31]$$

$$= 178.$$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
ÔN TẬP CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐA THỨC – NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

b) $(x-1)(x^2+x+1)-x(x^2+2x+3)+2(x^2-2x+1)$ với $x=\frac{1}{7}$.

Vết 1: $(x-1)(x^2+x+1)$

$$= x(x^2+x+1) - 1(x^2+x+1)$$

$$= x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1$$

$$= x^3 - 1$$

Vết 2: $B = x^3 - 1 - x(x^2+2x+3) + 2(x^2-2x+1)$

$$B = x^3 - 1 - x^3 - 2x^2 - 3x + 2x^2 - 4x + 2$$

$$B = -7x + 1$$

Thay $x = \frac{1}{7}$ vào B ta được:

$$B = -7 \cdot \frac{1}{7} + 1 = 0$$

Dạng 2 Tìm x

Câu 7 – Mã VinaID 150352 – Vinastudy.vn:

Tìm x :

- a) $(2x-1)(x^2-x+1)+x^2(3-2x)=2;$
- b) $3(1-4x)(x-2)+4(3x+1)(x+2)=24;$
- c) $(x+1)(x+2)(x+3)-x^3-8x(x+2)=6;$
- d) $(x+1)(x^2+2x+4)-x^2(x+3)+8=0.$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐA THỨC – NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN
 Mã VinaID 150352 – Vinastudy.vn:
 Tìm x :

a) $(2x-1)(x^2-x+1)+x^2(3-2x)=2;$

Vđt: $(2x-1)(x^2-x+1)$
 $= 2x(x^2-x+1) - 1(x^2-x+1)$
 $= 2x^3 - 2x^2 - 2x - x^2 + x + 1$
 $= 2x^3 - 3x^2 - x + 1$

Vđt: $(2x-1)(x^2-x+1) + x^2(3-2x) = 2$
 $\rightarrow 2x^3 - 3x^2 - x + 1 + 3x^2 - 2x^3 = 2$
 $\rightarrow -x + 1 = 2$
 $\rightarrow -x = 1$
 $\rightarrow x = -1$

Vậy $x = -1$.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐA THỨC – NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN
 Mã VinaID 150352 – Vinastudy.vn:
 Tìm x :

a) $(2x-1)(x^2-x+1)+x^2(3-2x)=2;$

b) $3(1-4x)(x-2)+4(3x+1)(x+2)=24;$

Vđt: $(1-4x)(x-2)$
 $= 1(x-2) - 4x(x-2)$
 $= x - 2 - 4x^2 + 8x$
 $= -4x^2 + 9x - 2$

Vđt: $(3x+1)(x+2)$
 $= 3x(x+2) + 1(x+2)$
 $= 3x^2 + 6x + x + 2$
 $= 3x^2 + 7x + 2$

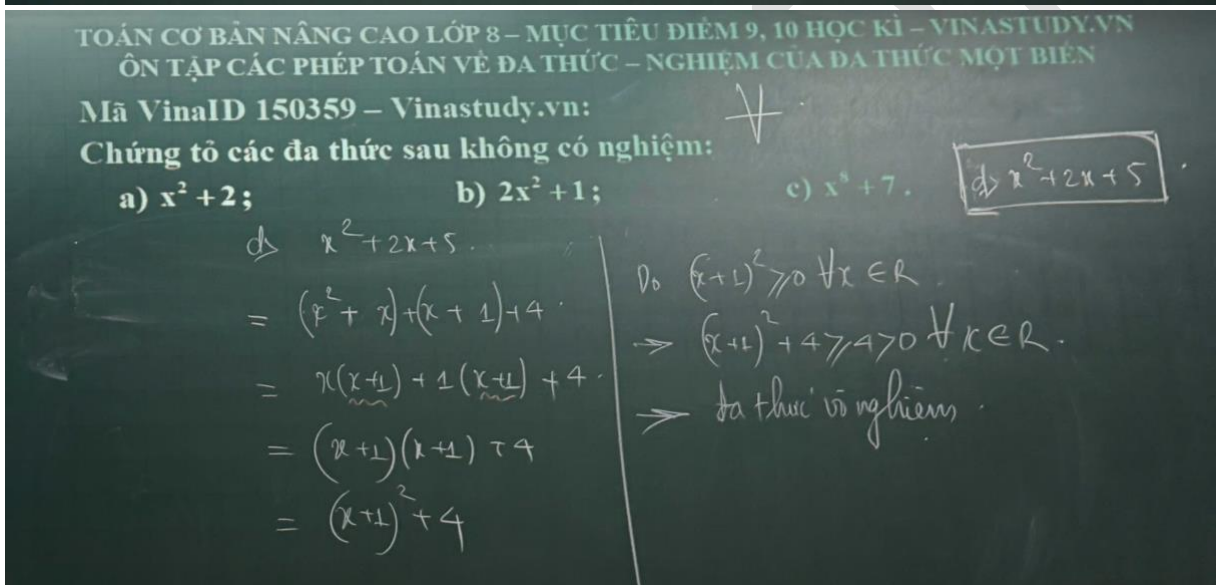
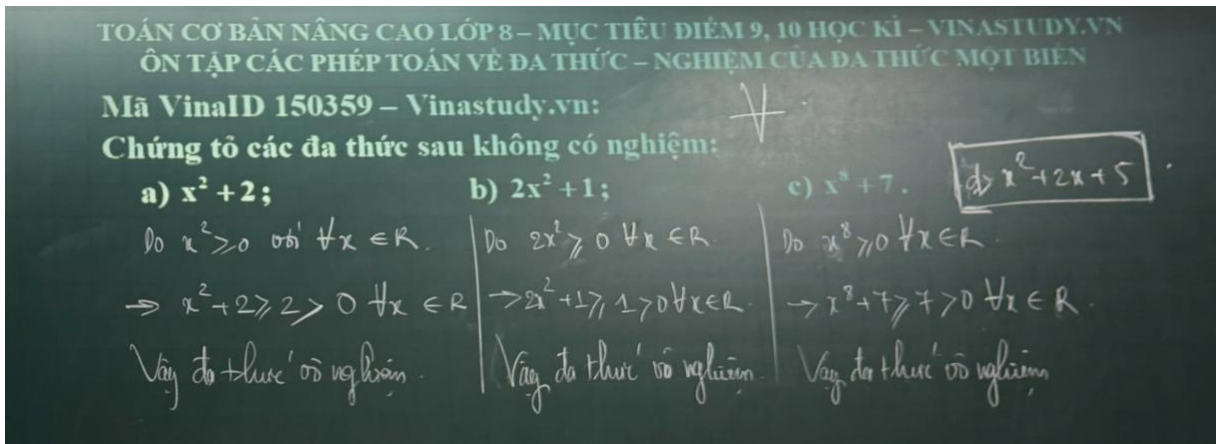
Vđt: $3(1-4x)(x-2) + 4(3x+1)(x+2) = 24$
 $-12x^2 + 27x - 6 + 12x^2 + 28x + 8 = 24$
 $55x + 2 = 24$
 $55x = 22 \rightarrow x = \frac{22}{55} = \frac{2}{5}$

Vậy $x = \frac{2}{5}$.

Câu 14 – Mã VinaID 150359 – Vinastudy.vn:

Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

- a) $x^2 + 2$; b) $2x^2 + 1$; c) $x^8 + 7$.



TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 8 – MỤC TIÊU ĐIỂM 9, 10 HỌC KÌ – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐA THỨC – NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN

Mã VinaID 150359 – Vinastudy.vn:

Chứng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 2$;

b) $2x^2 + 1$;

c) $x^2 + 7$. ① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(x+1)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 1 + 1^2$
 $= x^2 + 2x + 1$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a+b)(a+b) = a(a+b) + b(a+b)$
 $= a^2 + ab + ba + b^2$
 $= a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)(a-b) = a(a-b) - b(a-b)$
 $= a^2 - ab - ba + b^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

VD. $A = x^2 + 2x + 5$
 $A = (x+1)^2 + 4 \geq 4 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
 \Rightarrow GTNN của A = 4 khi $x = -1$

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy