Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi Lớp 9

HƯỚNG DẪN ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ

Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi lớp 9

Chủ nhật – 21/6/2026

Bài 5– Mã VinaID 140800. Tìm tất cả các số nguyên dương n để $\left[\dfrac{n^3+8n^2+1}{3n}\right]$ là một số nguyên tố, trong đó kí hiệu $[x]$ là số nguyên lớn nhất không vượt quá x .

<u>HD:</u>

Đặt $A=\dfrac{n^3+8n^2+1}{3n}=\dfrac{n^2}{3}+\dfrac{8n}{3}+\dfrac{1}{3n}$. Ta xét các trường hợp sau.

① Nếu $n=3k$ với k là một số nguyên dương, ta có

$$[A]=\left[3k^2+8k+\frac{1}{9k}\right]=3k^2+8k=k(3k+8).$$

Do $1\leqslant k<3k+8$ nên $[A]$ là số nguyên tố chỉ khi $k=1$. Từ đây, ta tìm ra $n=3$.

② Nếu $n=3k+1$ với k là một số tự nhiên, ta có

$$[A]=\left[3k^2+10k+3+\frac{1}{\quad}\right]=3k^2+10k+3=(k+3)(3k+1).$$

Do $k+3\geqslant 2$ nên $[A]$ là số nguyên tố chỉ khi $3k+1=1$. Từ đây, ta tìm ra $n=1$.

③ Nếu $n=3k+2$ với k là một số nguyên dương, ta có

$$[A]=\left[3k^2+12k+6+\frac{1}{9k+3}+\frac{2}{3}\right]=3k^2+12k+6=3\left(k^2+4k+2\right)$$

Cả hai số 3 và k^2+4k+2 đều lớn hơn 1. Trong trường hợp này, $[A]$ là hợp số.

Tổng kết lại, $n=1$ và $n=3$ là hai giá trị của n thỏa mãn yêu cầu đề bài bài toán.