

**Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi Lớp 9**

**SỐ NGUYÊN TỐ – PHẦN 1**

**Giáo viên: Lê Tiến Đạt**

**Bài 1 – Mã VinaID 140796.** Tìm các số nguyên tố  $p$  và số nguyên dương  $m$  thỏa mãn  $p^3 + m(p+2) = m^2 + p + 1$ .

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
SỐ NGUYÊN TỐ – PHẦN 1

Mã VinaID 140796. Tìm các số nguyên tố  $p$  và số nguyên dương  $m$  thỏa mãn  $p^3 + m(p+2) = m^2 + p + 1$ .

$$\Rightarrow \frac{m^2 + p + 1 - m(p+2)}{(m-1)(m-1-p)} = p^3 \Rightarrow m^2 + p + 1 - mp - 2m = p^3 \Rightarrow (m-1)^2 - p(m-1) = p^3$$

Do  $m-1 > m-1-p$  và  $p$  là snt nên ta xét các TH sau:

TH1:  $\begin{cases} m-1 = p^3 \\ m-1-p = 1 \end{cases} \Rightarrow p^3 - p = 1 \Rightarrow p(p^2-1) = 1$  (1) Vì  $p \geq 2$  nên (1) không xảy ra

TH2:  $\begin{cases} m-1 = p^2 \\ m-1-p = p \end{cases} \Rightarrow p^2 - p = p \Rightarrow p^2 = 2p : 2 \Rightarrow p = 2 \Rightarrow m = 5$  (h/m)

Vậy  $p=2, m=5$ .

**Bài 3– Mã VinaID 140798.** Tìm số tự nhiên  $n$  để  $8^n + 47$  là số nguyên tố.  $8^n + 47$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
SỐ NGUYÊN TỐ – PHẦN 1

Mã VinaID 140798. Tìm số tự nhiên  $n$  để  $8^n + 47$  là số nguyên tố.

Nếu  $n$  chẵn, đặt  $n = 2k$  ( $k \in \mathbb{N}$ )  $\Rightarrow 8^n + 47 = 8^{2k} + 47 = 64^k + 47 \equiv 1 + 2 \equiv 0 \pmod{3}$

và  $8^n + 47 > 3 \Rightarrow 8^n + 47$  là hợp số

Nếu  $n$  lẻ

TH1:  $n$  có dạng  $4k+1$  ( $k \in \mathbb{N}$ )  $\Rightarrow 8^n + 47 = 8^{4k+1} + 47 = 8 \cdot 4096^k + 47 \equiv 8 \cdot 1 + 2 \equiv 0 \pmod{5}$

và  $8^n + 47 > 5 \Rightarrow 8^n + 47$  là hợp số

TH2:  $n$  có dạng  $4k+3$  ( $k \in \mathbb{N}$ )  $\Rightarrow 8^n + 47 = 8^{4k+3} + 47 = 512 \cdot 4096^k + 47 \equiv 512 \cdot 1 + 8 \equiv 0 \pmod{13}$

và  $8^n + 47 > 13 \Rightarrow 8^n + 47$  là hợp số

Vậy không tồn tại  $n \in \mathbb{N}$

**Bài 4– Mã VinaID 140799.** Cho  $p > 3$  là số nguyên tố. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $p+2, 2^n + p, 2^n + p+2$  không thể đồng thời là các số nguyên tố.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
SỐ NGUYÊN TỐ – PHẦN 1

**Mã VinaID 140799.** Cho  $p > 3$  là số nguyên tố. Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì  $p+2, 2^n + p, 2^n + p+2$  không thể đồng thời là các số nguyên tố.

Vi:  $p > 3$ ,  $p$  là snt nên  $p \equiv 1, 2 \pmod{3}$   
 Nếu  $p \equiv 1 \pmod{3} \Rightarrow p+2 \equiv 0 \pmod{3}$ ,  $p+2 > 3 \Rightarrow p+2$  là hợp số  
 Nếu  $p \equiv 2 \pmod{3} \Rightarrow p+1 \equiv 0 \pmod{3}$   
 Trong 3 số tự nhiên liên tiếp  $2^n + p, 2^n + p+1, 2^n + p+2$  tồn tại 1 số  $\vdots 3$   
 Vì  $(2, 3) = 1 \Rightarrow 2^n \not\vdots 3 \Rightarrow 2^n + p+1 \not\vdots 3$  nên trong 2 số  $2^n + p, 2^n + p+2$  tồn tại một số chia hết cho 3 và lớn hơn 3 nên không là snt.  $\square$

**Bài 5– Mã VinaID 140800.** Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  để  $\left[ \frac{n^3 + 8n^2 + 1}{3n} \right]$  là một số nguyên tố, trong đó kí hiệu  $[x]$  là số nguyên lớn nhất không vượt quá  $x$ .

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
SỐ NGUYÊN TỐ – PHẦN 1

**Mã VinaID 140800.** Tìm tất cả các số nguyên dương  $n$  để  $\left[ \frac{n^3 + 8n^2 + 1}{3n} \right]$  là một số nguyên tố, trong đó kí hiệu  $[x]$  là số nguyên lớn nhất không vượt quá  $x$ .

Xét  $A = \frac{n^3 + 8n^2 + 1}{3n} = \frac{n^2}{3} + \frac{8n}{3} + \frac{1}{3n}$   $A = 3k^2 + 12k + \frac{1}{4k} + 3$   
 Với  $n = 3k$  ( $k \in \mathbb{N}^*$ )  
 $\Rightarrow A = \frac{9k^2}{3} + \frac{8 \cdot 3k}{3} + \frac{1}{9k} = 3k^2 + 8k + \frac{1}{9k} \Rightarrow [A] = 3k^2 + 8k = k(3k + 8)$   
 Để  $[A]$  là snt  $\Rightarrow$   
 $k=1 / 11, 11$   
 $k=2 / 28, 05 \rightarrow 28$   
 $k=3 / \rightarrow$

**Giáo viên: Lê Tiên Đạt**

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy