

**Tài liệu Toán Bồi dưỡng HSG Lớp 7**

**ĐỀ BÀI TẬP VỀ NHÀ**

Tài liệu bồi dưỡng Toán Bồi dưỡng HSG Lớp 7

Thứ 5 – 18/06/2026

Ca 1

**Câu 2 – Mã VinaID 140861 – Vinastudy.vn: (9 điểm)**

Tính tổng tự nhiên  $C = 5 + 55 + 555 + \dots + \underbrace{555\dots5}_{10}$

**HD:**

a, Ta có:  $C = 5 \left( 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{10} \right)$  (10 số 1)

$$9C = 5 \left( 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{10} \right)$$

Ta có:  $A = (10 - 1) + (10^2 - 1) + (10^3 - 1) + \dots + (10^{10} - 1)$   
 $= (10 + 10^2 + 10^3 + \dots + 10^{10}) - 10 = \underbrace{111\dots1}_9 \cdot 10 - 10 = 111\dots100$

$$\Rightarrow C = \frac{5 \cdot \underbrace{111\dots100}_8}{9} = \frac{555\dots500}{9}$$

**Câu 6 – Mã VinaID 140865 – Vinastudy.vn: (1 điểm)**

b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính:  $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 97^2 + 98^2$

c) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính:  $C = 1.99 + 2.98 + 3.97 + \dots + 98.2 + 99.1$

**HD:**

a) Để tách mỗi số hạng thành hiệu của hai số nhằm triệt tiêu từng cặp hai số, ta nhân mỗi số hạng của A với 3. Thừa số 3 này được viết dưới dạng  $3 - 0$  ở số hạng thứ nhất,  $4 - 1$  ở số hạng thứ hai,  $5 - 2$  ở số hạng thứ ba, ...,  $100 - 97$  ở số hạng cuối cùng. Ta có:

$$\begin{aligned} 3A &= 1.2(3 - 0) + 2.3(4 - 1) + 3.4(5 - 2) + \dots + 97.98.(99 - 96) + 98.99(100 - 97) \\ &= (1.2.3 + 2.3.4 + 3.4.5 + \dots + 97.98.99 + 98.99.100) - (0.1.2 + 1.2.3 + 2.3.4 + \dots + 96.97.98 + 97.98.99) \\ &= 98.99.100 \end{aligned}$$

Suy ra  $A = 323400$ .

Tổng quát ta có:  $1.2 + 2.3 + \dots + n(n+1) = \frac{n \cdot (n+1)(n+2)}{3}$ .

b)  $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 97^2 + 98^2$   
 $= 1(2 - 1) + 2(3 - 1) + 3(4 - 1) + \dots + 97(98 - 1) + 98(99 - 1)$

$$= (1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 97.98 + 98.99) - (1 + 2 + 3 + \dots + 97.98)$$

$$= A - \frac{98.99}{2} = 323400 - 4851 = 318549.$$

Tổng quát :  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 97^2 + 98^2$

$$= \frac{n(n+1)(n+2)}{3} - \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

c)  $C = 1.99 + 2.98 + 3.97 + \dots + 98.2 + 99.1$

$$= 1.99 + 2.(99-1) + 3.(99-2) + \dots + 98.(99-97) + 99.(99-98)$$

$$= (1.99 + 2.99 + 3.99 + \dots + 98.99 + 99.99) - (1.2 + 2.3 + \dots + 97.98 + 98.99)$$

$$= 99.(1 + 2 + 3 + \dots + 99) - A$$

$$= 99. \frac{99.100}{2} - \frac{98.99.100}{3} = \frac{99.100.101}{6} = 166650.$$

Tổng quát :  $1.n + 2(n-1) + 3.(n-2) + \dots + (n-1).2 + n.1 = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ .

## Ca 2

### Câu 3 – Mã VinaID 140849 – Vinastudy.vn:

Cho 30 điểm phân biệt trong đó có a điểm thẳng hàng, cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Tìm a, biết số đường thẳng tạo thành là 421 đường thẳng.

**HD:**

- Giả sử trong 30 điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng :
- + Chọn một điểm bất kì trong 30 điểm đã cho. Qua điểm đó và từng điểm trong 29 điểm còn lại ta vẽ được 29 đường thẳng.
- + Làm như vậy với 30 điểm thì ta vẽ được tất cả là 29.30 đường thẳng.
- + Nhưng mỗi đường thẳng đã được tính hai lần nên số đường thẳng thực tế vẽ được là  $(29.30) : 2 = 435$  đường thẳng.

Vậy qua 30 điểm phân biệt mà không có 3 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được 435 đường thẳng.

- Tương tự như trên, giả sử trong a điểm phân biệt không có 3 điểm nào thẳng hàng ta vẽ được  $a.(a-1) : 2$  đường thẳng.

Nhưng qua a điểm thẳng hàng ta chỉ vẽ được một đường thẳng nên số đường thẳng bị giảm đi là  $a.(a-1) : 2 - 1$  đường thẳng.

$$\text{Theo bài ra ta có : } a.(a-1) : 2 - 1 = 435 - 421 = 14$$

$$\Rightarrow a.(a-1) = 30 = 6.5$$

Vì a-1 và a là hai số tự nhiên liên tiếp và  $a-1 < a$  nên  $a = 6$ .