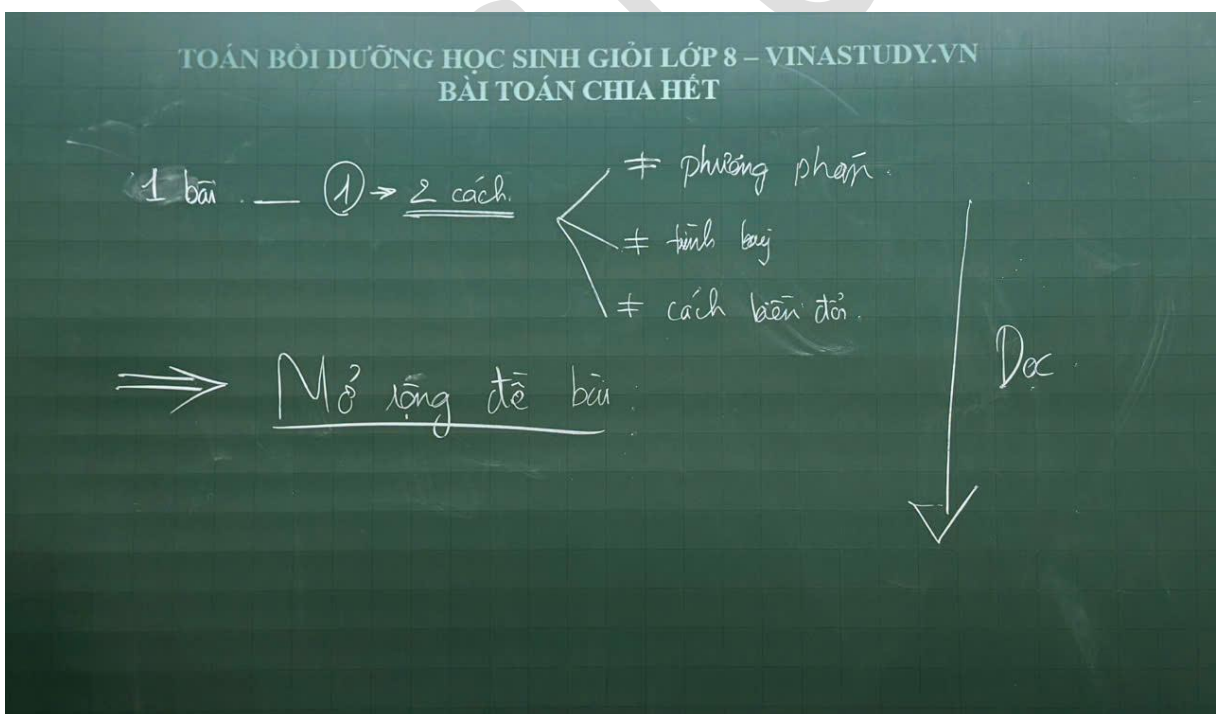
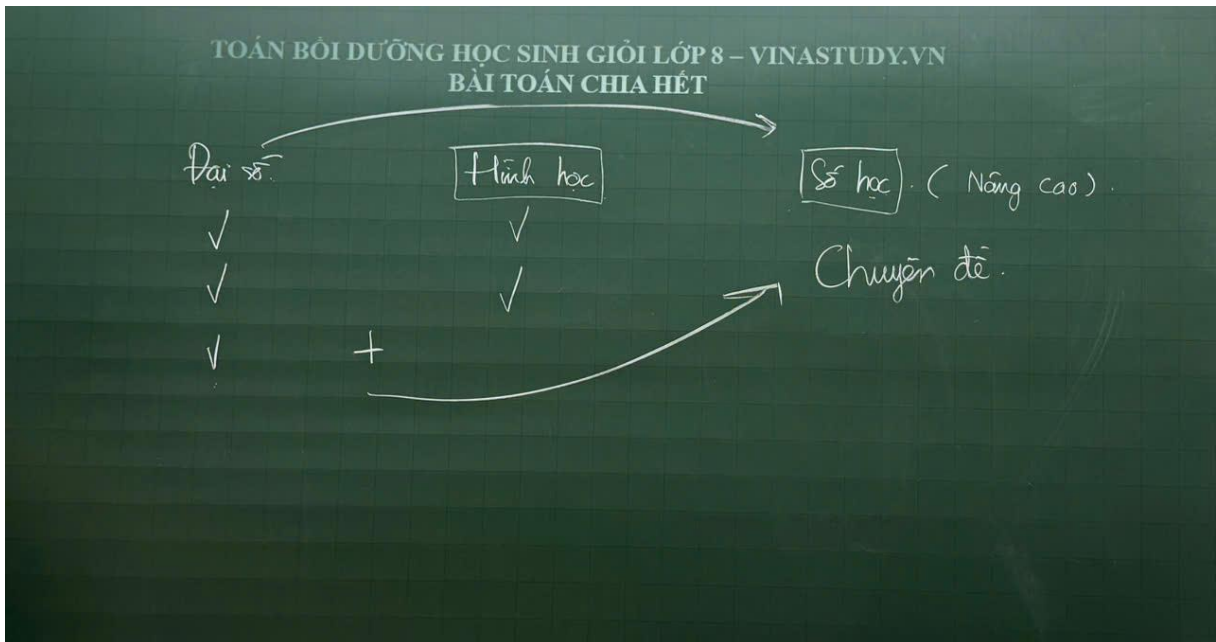


**Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi Lớp 8**

**BÀI TOÁN CHIA HẾT**

Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi lớp 8



**Bài 1 – Mã VinaID 150436 – Vinastudy.vn:**

Cho  $a, b$  là hai số chính phương lẻ liên tiếp. Chứng minh  $ab - a - b + 1$  chia hết cho 192.

**TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN**  
**BÀI TOÁN CHIA HẾT**

Mã VinaID 150436 – Vinastudy.vn:

Cho  $a, b$  là hai số chính phương liên tiếp. Chứng minh  $ab - a - b + 1$  chia hết cho 192.

Đặt:  $a = (2n+1)^2$  ( $n \in \mathbb{Z}$ )  
 $b = (2n-1)^2$

Ta có:  $ab - a - b + 1 = a(b-1) - (b-1)$   
 $= (a-1)(b-1) = [(2n+1)^2 - 1] \cdot [(2n-1)^2 - 1]$   
 $= 2n \cdot (2n+2) \cdot (2n-2) \cdot 2n$   
 $= 16 \cdot n^2 \cdot (n+1)(n-1)$

$\Rightarrow n(n-1)(n+1)$  là tích của 3 số nguyên liên tiếp  
 $\Rightarrow n(n-1)(n+1) : 3 \Rightarrow 16n^2 \cdot (n+1)(n-1) : 3$   
Hay  $ab - a - b + 1 : 3$  (1)

$\begin{cases} n(n+1) : 2 \\ n(n-1) : 2 \end{cases}$  (tích của 2 số nguyên liên tiếp)  
 $\Rightarrow n^2(n+1)(n-1) : 4 \Rightarrow 16n^2(n+1)(n-1) : 64 \Rightarrow ab - a - b + 1 : 64$  (2)

Từ (1), (2) và (3), (64) = 1  
 $\Rightarrow ab - a - b + 1 : 64$

$a = (2n+1)^2$  ( $n \in \mathbb{Z}$ )  
 $b = (2n-1)^2$  ( $n \in \mathbb{Z}$ )  
 $192 = 2^6 \cdot 3$   
 $: 64$   
 $: 3$   
 $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$

**Bài 2 – Mã VinaID 150437 – Vinastudy.vn:**

Cho  $x, y, z$  là các số nguyên thỏa mãn:  $(x-y)(y-z)(z-x) = x+y+z$

Chứng minh rằng:  $x+y+z$  chia hết cho 27.

**TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN**  
**BÀI TOÁN CHIA HẾT**

Mã VinaID 150437 – Vinastudy.vn: : 27

Cho  $x, y, z$  là các số nguyên thỏa mãn:  $(x-y)(y-z)(z-x) = x+y+z$

Chứng minh rằng:  $x+y+z$  chia hết cho 27

Xét phép chia cho 3 với 3 số nguyên  $x, y, z$

(1) TH<sub>1</sub>:  $x, y, z$  có cùng số dư trong phép chia cho 3.  
 $\Rightarrow x-y : 3; y-z : 3; z-x : 3$   
 $\Rightarrow (x-y)(y-z)(z-x) : 27$   
Mà  $(x-y)(y-z)(z-x) = x+y+z$   
 $\Rightarrow x+y+z : 27$

(2) TH<sub>2</sub>:  $x, y, z$  khác số dư trong phép chia cho 3.  
Vì  $x, y, z$  có vai trò như nhau nên giả sử:  $x : 3, y$  chia 3 dư 1,  $z$  chia 3 dư 2  
 $\Rightarrow x-y / 3, y-z / 3, z-x / 3 \Rightarrow (x-y)(y-z)(z-x) / 3$   
Mà  $x+y+z : 3 \Rightarrow$  vô lý

(3) TH<sub>3</sub>: Chỉ có 2 trong 3 số  $x, y, z$  có cùng số dư khi chia cho 3.  
Vì... nên giả sử  $x$  và  $y$  có cùng số dư khi chia cho 3,  $z$  khác số dư.  
 $\Rightarrow x-y : 3; y-z / 3; z-x / 3 \Rightarrow (x-y)(y-z)(z-x) : 3$   
Mà  $x+y+z / 3 \Rightarrow$  vô lý

$x-y : 3$   
 $\Rightarrow z \equiv y \pmod{3}$  (?)

Vay

**Bài 3 – Mã VinaID 150438 – Vinastudy.vn:**

Cho  $P = abc(a-1)(b+4)(c+6)$  với  $a, b, c$  là các số nguyên thỏa mãn:  $a+b+c = 2025$ .

Chứng minh rằng  $P$  chia hết cho 6.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN  
BÀI TOÁN CHIA HẾT

Mã VinaID 150438 – Vinastudy.vn:

Cho  $P = abc(a-1)(b+4)(c+6)$  với  $a, b, c$  là các số nguyên thỏa mãn:  
 $a + b + c = 2025$ .

Chứng minh rằng  $P$  chia hết cho 6.

+)  $a(a-1)$  là tích của 2 số nguyên liên tiếp  $\Rightarrow a(a-1) : 2 \Rightarrow P : 2$  (1)  
 +)  $a + b + c = 2025 : 3$   
 $\Rightarrow a + b + c : 3$

TH<sub>1</sub>:  $a, b, c$  có cùng số dư trong plc cho 3  
 dư 1  $\Rightarrow a-1 : 3 \Rightarrow P : 3$   
 dư 2  $\Rightarrow b+4 : 3 \Rightarrow P : 3$   
 dư 0  $\Rightarrow a : 3 \Rightarrow P : 3$

TH<sub>2</sub>:  $a, b, c$  khác số dư trong plc cho 3  
 $\Rightarrow$  Trong 3 số có ít nhất 1 số chia hết cho 3.  
 $\Rightarrow P : 3$

Đó đó:  $P : 3$  (2)

(1), (2) và (3), (2) = 1  
 $\Rightarrow P : 6$

**Bài 5 – Mã VinaID 150440 – Vinastudy.vn:**

Tìm các số nguyên  $x, y \geq 2$  sao cho  $xy - 1$  chia hết cho  $(x-1)(y-1)$ .

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN  
BÀI TOÁN CHIA HẾT

Mã VinaID 150440 – Vinastudy.vn:

Tìm các số nguyên  $x, y \geq 2$  sao cho  $xy - 1$  chia hết cho  $(x-1)(y-1)$ .

$xy - 1 : (x-1)(y-1)$

$\Rightarrow \begin{cases} xy - 1 : x-1 \\ xy - 1 : y-1 \end{cases}$

$xy - y - 1 + y : x-1$   
 $y(x-1) + (y-1) : x-1$   
 $y-1 : x-1$

$x-1 : (x-1)^k$        $x = y$        $x-1 : y-1$

**Giáo viên: Nguyễn Văn Sơn**

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy