

Tài liệu Toán cơ bản nâng cao – Mục tiêu điểm 9, 10 đề học kì **Lớp 8**
ÔN TẬP SỰ ĐỒNG QUY CỦA BA ĐƯỜNG TRUNG TUYẾN TRONG TAM GIÁC

Tài liệu bồi dưỡng Toán Cơ bản nâng cao Lớp 8

Phần 1 Kiến thức cần nhớ

1. Sự đồng quy của ba đường trung tuyến trong một tam giác.

a) Định nghĩa đường trung tuyến:

• Đoạn thẳng AM nối đỉnh A của tam giác ABC với trung điểm M của cạnh BC gọi là **đường trung tuyến** (xuất phát từ đỉnh A hoặc ứng với cạnh BC) của tam giác ABC .

• Mỗi tam giác có ba đường trung tuyến.

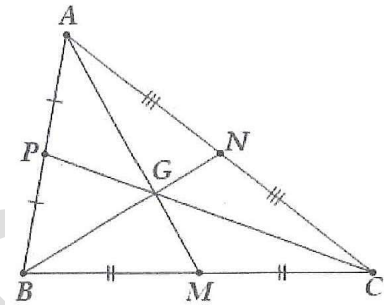
b) Tính chất:

• Ba đường trung tuyến của một tam giác cùng đi qua một điểm (hay đồng quy tại một điểm).

• Chú ý: Điểm đó cách mỗi đỉnh một khoảng bằng $\frac{2}{3}$ độ dài đường trung tuyến đi qua đỉnh ấy. Điểm đồng quy của ba đường trung tuyến gọi là trọng tâm của tam giác.

• Trong hình vẽ trên, tam giác ABC có ba đường trung tuyến AM, BN, CP đồng quy tại trọng tâm G , ta có:

$$\frac{GA}{AM} = \frac{GB}{BN} = \frac{GC}{CP} = \frac{2}{3}.$$



Phần 2 Các dạng bài tập

Dạng 1: Chứng minh mối quan hệ giữa các đoạn thẳng

Câu 1 – Mã VinaID 150372 – Vinastudy.vn:

Cho ΔABC , đường trung tuyến AM . Trên tia đối của tia MA lấy điểm N sao cho $MN = MA$. Gọi D, E theo thứ tự là trung điểm của AB, AC . Gọi I, K theo thứ tự là giao điểm của ND, NE với BC . Chứng minh rằng $BI = IK = KC$.

Câu 2 – Mã VinaID 150373 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BP, CQ cắt nhau tại G . Trên tia đối của tia PB lấy điểm E sao cho $PE = PG$. Trên tia đối của tia QG lấy điểm F sao cho $QF = QG$. Chứng minh rằng:

a) $GB = GE, GC = GF$.

b) $EF = BC$ và $EF \parallel BC$.

Câu 3 – Mã VinaID 150374 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BM, CN cắt nhau tại G . Chứng minh rằng $BM + CN > \frac{3}{2}BC$.

Dạng 2: Chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác

Phương pháp giải:

- Để chứng minh một điểm là trọng tâm của một tam giác, ta có thể chứng minh theo một trong hai cách sau đây:

Cách 1. Chứng minh điểm đó là giao điểm của hai đường trung tuyến trong tam giác.

Cách 2. Chứng minh điểm đó thuộc một đường trung tuyến và thỏa mãn một trong các tỉ lệ về tính chất ba đường trung tuyến trong tam giác.

Câu 4 – Mã VinaID 150375 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác DEF . Vẽ trung tuyến EM . Trên tia EM lấy hai điểm G và N sao cho $EG = \frac{2}{3}EM$ và M là trung điểm của GN . Gọi P là trung điểm của NF , GP cắt MF tại O .

Chứng minh rằng:

a) O là trọng tâm của tam giác NGF .

b) Lấy I thuộc đoạn GF sao cho $GI = \frac{1}{3}GF$. Chứng minh rằng 3 điểm E, I, P thẳng hàng.

c) $GO = \frac{1}{3}EF$.

Câu 5 – Mã VinaID 150376 – Vinastudy.vn:

Cho $\triangle ABC$, đường trung tuyến AM . Gọi I là trung điểm của BM . Trên tia đối của tia IA lấy điểm E sao cho $IE = IA$.

a. Điểm M là trọng tâm của tam giác nào

b. Gọi F là trung điểm của CE . Chứng minh rằng ba điểm A, M, F thẳng hàng

Câu 6 – Mã VinaID 150377 – Vinastudy.vn:

Cho $\triangle ABC$, trung tuyến AD . Trên tia đối của tia DA lấy điểm E sao cho $DA = DE$.

a) Chứng minh $\triangle ADB = \triangle EDC$ và $AB \parallel EC$

b) M là trung điểm AB , đường thẳng MD cắt CE tại N . Chứng minh D là trung điểm MN

c) Gọi H, K lần lượt là trung điểm của AN và AC . Chứng minh ba đường thẳng AD, BK và MH đồng quy.

Dạng 3: Tính chất đường trung tuyến trong tam giác đặc biệt

Phương pháp giải: Vận dụng tính chất của tam giác cân, tam giác vuông, tam giác đều và tính chất ba đường trung tuyến trong tam giác để giải bài tập.

Câu 7 – Mã VinaID 150378 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác đều ABC có G là trọng tâm. Chứng minh rằng $GA = GB = GC$.

Câu 8 – Mã VinaID 150379 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC vuông tại A , trung tuyến AD . Chứng minh rằng $AD = \frac{1}{2}BC$

Câu 9 – Mã VinaID 150380 – Vinastudy.vn:

Chứng minh rằng trong một tam giác, đường trung tuyến ứng với một cạnh bằng nửa cạnh ấy thì đó là tam giác vuông.

Câu 10 – Mã VinaID 150381 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC có hai đường trung tuyến BE và CF cắt nhau tại G.

Biết $BE = CF$. Chứng minh $AG \perp BC$.

Giáo viên: Lê Tiến Đạt

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy

Tài liệu Toán cơ bản nâng cao – Mục tiêu điểm 9, 10 đề học kì Lớp 8
ÔN TẬP CÁC PHÉP TOÁN VỀ ĐA THỨC – NGHIỆM CỦA ĐA THỨC MỘT BIẾN
Tài liệu bồi dưỡng Toán Cơ bản nâng cao Lớp 8

Dạng 1 Các phép toán cộng, trừ, nhân đa thức một biến

Câu 1 – Mã VinaID 150346 – Vinastudy.vn:

Cho các đa thức

$$A = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$$

$$B = -\frac{1}{4}x^4 + 2x^3 + x^2 - 5x + 4$$

$$C = x^3 - \frac{1}{2}x^2 - x + 1$$

Tính $A + B + C$; $A - B + C$ và $A - B - C$.

Câu 2 – Mã VinaID 150347 – Vinastudy.vn:

Cho hai đa thức:

$$A(x) = 3x^5 - 4x^2 + x^4 - \frac{1}{2}x - 2x^5 + 7x^2 - 3x^4$$

$$B(x) = 2x^5 + x^4 + \frac{1}{2}x + 2 + x^2 - 3x^5 + 4x^4 + x - 8$$

- Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính tổng $C(x) = A(x) + B(x)$ và hiệu $D(x) = A(x) - B(x)$.
- Tìm hệ số cao nhất, hệ số tự do của các đa thức $C(x)$ và $D(x)$.
- Trong tập hợp $\{0; 1; -1; 2\}$, những số nào là nghiệm của $C(x)$?

Câu 3 – Mã VinaID 150348 – Vinastudy.vn:

Cho hai đa thức:

$$M(x) = x^3 + 2x^2 + 1;$$

$$N(x) = x^2 - 2x + 3.$$

- Tính $M(x) + N(x)$; $M(x) - N(x)$; $N(x) - M(x)$.
- Tính $M(x) - 2N(x)$; $\frac{1}{2}M(x) + N(x)$.

Câu 4 – Mã VinaID 150349 – Vinastudy.vn:

Cho hai đa thức:

$$P(x) = x^4 - 4x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + 3 + 2x^4 - x^3 + \frac{1}{2}x^2 - 2$$

$$Q(x) = -x^4 + x^3 + 3x^2 - 2x + 4 - x^4 + 4x^3 - x^2 + 3x$$

- Thu gọn và sắp xếp các hạng tử của mỗi đa thức theo lũy thừa giảm dần của biến.
- Tính $P(1)$ và $Q(-2)$.
- Tính $G(x) = P(x) + Q(x)$.
- Chứng minh rằng $G(x)$ luôn dương với mọi giá trị của x .

Câu 5 – Mã VinaID 150350 – Vinastudy.vn:

Rút gọn các biểu thức sau:

a) $3x(-x^2 - 5) + 5x(x^3 + 7) - 3x^2(x^2 - x + 5) + 2(4 - x)$;

b) $25x - 4(3x - 1) + 7x(5 - 2x^2)$;

c) $4x(x^3 - 4x^2) + 2x(2x^3 - 3x^2 + 7x + 1)$;

d) $-\frac{4}{3}x^2(3x^2 - 6x + 9) + 8x(x^3 - 3x^2 + 2x - 1) - x(x^2 - 2x)$.

Câu 6 – Mã VinaID 150351 – Vinastudy.vn:

Tính giá trị biểu thức:

a) $5x(2x - 1)(2x + 3) + 10x(3x - 2) - 2x(10x^2 - 5x - 2)$ với $x = 2$;

b) $(x - 1)(x^2 + x + 1) - x(x^2 + 2x + 3) + 2(x^2 - 2x + 1)$ với $x = \frac{1}{7}$.

Dạng 2 Tìm x**Câu 7 – Mã VinaID 150352 – Vinastudy.vn:**Tìm x :

a) $(2x - 1)(x^2 - x + 1) + x^2(3 - 2x) = 2$;

b) $3(1 - 4x)(x - 2) + 4(3x + 1)(x + 2) = 24$;

c) $(x + 1)(x + 2)(x + 3) - x^3 - 8x(x + 2) = 6$;

d) $(x + 1)(x^2 + 2x + 4) - x^2(x + 3) + 8 = 0$.

Câu 8 – Mã VinaID 150353 – Vinastudy.vn:Tìm x :

a) $5x(x - 3) - x(5x + 1) = 16$;

b) $(3x^2 - x + 1)(x + 1) + x^2(4 - 3x) = 1$;

c) $3x^2 + 2(x - 3)(x + 3) - 5x(x + 3) = 0$;

d) $(5x - 3)(1 + x) - (3x - 1)(x + 1) = 0$.

Dạng 3 Chứng minh giá trị của biểu thức không phụ thuộc vào giá trị của biến**Câu 9 – Mã VinaID 150354 – Vinastudy.vn:**

Chúng tỏ rằng các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến:

a) $A = (3x - 2)(2x + 10) - (2x + 2)(3x + 10);$

b) $B = (x - 5)(2x + 7) - 2x(x - 5) - 7x + 2.$

Câu 10 – Mã VinaID 150355 – Vinastudy.vn:

Chúng tỏ rằng các đa thức sau không phụ thuộc vào biến:

a) $M = (2x + 1)(5x - 3) - (5x + 2)(2x - 7) - 30(x - 5);$

b) $N = (x - 3)(3x + 1) - 3x(x - 5) - 7x + 8;$

c) $P = x(6 - x)(x + 1) + x^2(x - 5) - 6(x + 7).$

Câu 11 – Mã VinaID 150356 – Vinastudy.vn:

Chúng tỏ rằng các biểu thức sau có giá trị không phụ thuộc vào biến:

a) $C = 2(x - 2)(x + 3) - x(5x - 4) + 3x(x - 2) + 7;$

b) $D = x(3x - 1) - x^2(x + 3) + (x - 1)(x^2 + x + 2).$

Dạng 4 Nghiệm của đa thức một biến**Câu 12 – Mã VinaID 150357 – Vinastudy.vn:**

Cho đa thức $F(x) = (2x^2 + 7x) - (x^2 + 4x + 1) - 9.$

a) Thu gọn đa thức $F(x);$

b) Chứng minh rằng 2 và -5 đều là nghiệm của $F(x).$

Câu 13 – Mã VinaID 150358 – Vinastudy.vn:

Tìm nghiệm của đa thức:

a) $x + 5;$ b) $2x - 1;$ c) $-3x + \frac{3}{4};$

d) $x^2 - x;$ e) $2x^2 + 6x;$ f) $3x^2 + \frac{1}{2}x.$

Câu 14 – Mã VinaID 150359 – Vinastudy.vn:

Chúng tỏ các đa thức sau không có nghiệm:

a) $x^2 + 2;$ b) $2x^2 + 1;$ c) $x^8 + 7.$

Câu 15 – Mã VinaID 150360 – Vinastudy.vn:

Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số và $a \neq 0$

a) Cho biết $a + b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = 1$ là một nghiệm của $F(x).$

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $3x^2 - 4x + 1.$

Câu 16 – Mã VinaID 150361 – Vinastudy.vn:

Cho đa thức bậc hai $F(x) = ax^2 + bx + c$, trong đó a, b, c là những số và $a \neq 0$.

a) Cho biết $a - b + c = 0$. Giải thích tại sao $x = -1$ là một nghiệm của $F(x)$.

b) Áp dụng, hãy tìm một nghiệm của đa thức bậc hai $2x^2 - 3x - 5$.

Dạng 5 Vận dụng đa thức trong giải bài toán có lời văn

Câu 17 – Mã VinaID 150362 – Vinastudy.vn:

Bác Nhung đi siêu thị để lựa chọn một số loại đồ ăn cho bữa tiệc của gia đình. Bác lên danh mục, khối lượng cần mua cho từng loại và được liệt kê dưới bảng sau:

Đồ ăn	Khối lượng (kg)	Giá bán/1kg (đồng)
Thịt lợn	$\frac{1}{2}x + 0,5$	150000
Thịt bò	x	250000
Ngao	$\frac{3}{4}x - 0,5$	35000
Tôm	$x + 0,5$	280000
Mực	$x - 1$	260000
Khoai lang	$\frac{1}{2}x$	25000

a) Viết các đa thức biểu thị số tiền bác Nhung cần phải trả cho mỗi loại đồ ăn.

b) Tìm đa thức biểu thị tổng số tiền bác Nhung phải trả để mua số đồ ăn trên.

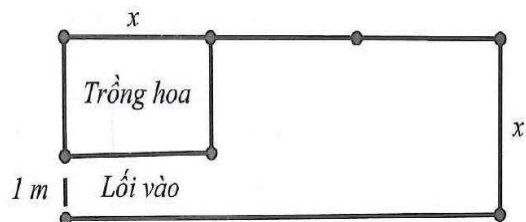
c) Biết rằng bác mua 2 kilôgam thịt bò. Tính tổng số tiền bác phải trả khi đi siêu thị.

Câu 18 – Mã VinaID 150363 – Vinastudy.vn:

Trên một thửa ruộng hình chữ nhật có hai kích thước theo tỉ lệ:

Chiều dài : chiều rộng = 3 : 1.

Bác Hương dự định xây một khu đất hình chữ nhật nhỏ để trồng hoa với chiều dài bằng chiều rộng của thửa ruộng, và để một lối đi rộng 1 mét như hình vẽ. Phần đất còn lại bác trồng rau. Gọi chiều rộng thửa ruộng là x (mét). Tìm đa thức (biến x):



a) Biểu thị diện tích của thửa ruộng.

b) Biểu thị chu vi của khu đất trồng hoa.

c) Biểu thị chu vi phần đất còn lại để trồng rau.

Câu 19 – Mã VinaID 150364 – Vinastudy.vn:

Một xe đạp đi từ A lúc 13 giờ 15 phút đến B với vận tốc 15 km / giờ. Đến 13 giờ 45 phút, một xe máy cũng chuyển động từ A đến B với vận tốc 45 km / giờ. Cả hai xe

đều không nghỉ dọc đường.

a) Gọi $M(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe đạp đi được và $N(x)$ là đa thức biểu thị quãng đường xe máy đi được kể từ khi xuất phát cho đến khi xe đạp đi được x giờ. Tìm $M(x), N(x)$.

b) Đặt $f(x) = N(x) - M(x)$. Tìm nghiệm của đa thức $f(x)$ và giải thích ý nghĩa nghiệm đó.

Câu 20 – Mã VinaID 150365 – Vinastudy.vn:

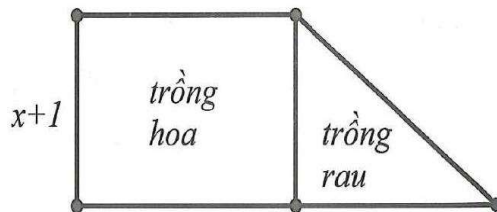
Một người đi ô tô từ A đến B với vận tốc 50 km/ giờ . Sau đó 1 giờ, một xe khách đi từ B về A với vận tốc 60 km/ giờ . Và sau x giờ (kể từ khi ô tô chuyển động) thì hai xe gặp nhau.

a) Viết đa thức (biến x) biểu thị độ dài quãng đường AB .

b) Tính độ dài quãng đường AB biết sau 3 giờ (kể từ khi ô tô chuyển động) thì hai xe gặp nhau.

Câu 21 – Mã VinaID 150366 – Vinastudy.vn:

Cho một thửa ruộng hình thang vuông có đáy nhỏ lớn hơn chiều cao $4m$ và đáy lớn hơn đáy bé $5m$. Bác Huệ chia thửa ruộng ra thành hai phần, một phần hình chữ nhật để trồng hoa với chiều rộng bằng chiều cao của hình thang và phần còn lại hình tam giác vuông để trồng rau (Hình vẽ minh họa). Biết chiều cao của thửa ruộng là $x + 1(m)$.



a) Tìm đa thức biểu thị diện tích của cả thửa ruộng hình thang, phần diện tích trồng hoa và phần diện tích trồng rau.

b) Biết diện tích trồng hoa lớn hơn hai lần diện tích trồng rau là $20m^2$. Tính kích thước của thửa ruộng.

Câu 22 – Mã VinaID 150367 – Vinastudy.vn:

Có hai hình chữ nhật. Hình thứ nhất có chiều dài hơn chiều rộng 10 m . Chiều rộng của hình chữ nhật thứ hai hơn chiều rộng hình chữ nhật thứ nhất là $5m$ và có chiều dài hơn chiều dài hình thứ nhất là $15m$. Gọi chiều rộng hình chữ nhật thứ nhất là $x(m)$.

a) Tìm hai đa thức biểu thị diện tích của mỗi hình chữ nhật trên.

b) Biết diện tích hình thứ hai hơn diện tích hình thứ nhất $325m^2$. Tính kích thước mỗi hình.

Câu 23 – Mã VinaID 150368 – Vinastudy.vn:

Tìm 3 số tự nhiên chẵn liên tiếp, biết tích của hai số sau lớn hơn tích của hai số đầu là

200.

Câu 24 – Mã VinaID 150369 – Vinastudy.vn:

Một xí nghiệp đang dự tính chuyển hàng bằng hai xe tải và đang phân vân giữa việc mua hẳn hai xe tải hay mượn hai xe tải. Nếu mua hai xe và mỗi xe giá 200000000 đồng thì mỗi ngày xí nghiệp phải tốn 5000000 đồng cho tất cả tài xế và nhiên liệu. Còn nếu thuê xe thì giá thuê một xe tải là 10000000 đồng/ngày (đã bao gồm tiền công cho tài xế và nhiên liệu).

a) Gọi A là đa thức biểu thị tổng số tiền xí nghiệp bỏ ra để vận chuyển sau x ngày. Xác định đa thức A đối với mỗi phương án.

b) Nếu muốn vận chuyển 1500 thùng hàng và mỗi ngày mỗi xe phải chở 75 thùng thì phương án nào sẽ tiết kiệm hơn.

Câu 25 – Mã VinaID 150370 – Vinastudy.vn:

Nhà may A sản xuất một lô áo gồm 200 chiếc áo với giá vốn ban đầu là 30000000 đồng và bán mỗi áo giá 300000 đồng. Khi đó gọi T là số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà may thu được khi bán x chiếc áo ($0 \leq x \leq 200$)

a) Thiết lập đa thức biểu thị số tiền lãi (hoặc lỗ) của nhà may sau khi bán được x chiếc áo.

b) Tính số tiền khi bán được 150 chiếc áo. Khi đó nhà may lãi hay lỗ?

c) Hỏi cần phải bán bao nhiêu chiếc áo mới có thể thu hồi được vốn ban đầu?

Câu 26 – Mã VinaID 150371 – Vinastudy.vn:

Đố đoán tuổi. Bạn hãy lấy tuổi của mình:

- +) Cộng thêm 7;
- +) Được bao nhiêu đem nhân với 4;
- +) Lấy kết quả vừa tìm được cộng với 12;
- +) Nhân kết quả vừa tìm được với 2,5;
- +) Đọc kết quả cuối cùng sau khi đã trừ đi 100.

Tôi sẽ đoán được tuổi của bạn. Giải thích tại sao?

Giáo viên: Nguyễn Thành Long

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy