

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7- VINASTUDY.VN
CÁC KỸ THUẬT BIẾN ĐỔI NÂNG CAO ĐỂ TÍNH TỔNG DÃY SỐ

Mã VinaID 140860 – Vinastudy.vn:
Tính tổng tự nhiên

a. $A = 9 + 99 + 999 + \dots + \underbrace{999\dots9}_{10}$ b. $B = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{10}$

b) $B = 1 + 11 + 111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{10 \text{ ch số 1}}$

$$B = 1 + (10^1 + 1) + (10^2 + 10 + 1) + \dots + (10^9 + 10^8 + 10^7 + \dots + 10 + 1)$$

$$= 10^9 + 2 \cdot 10^8 + 3 \cdot 10^7 + 4 \cdot 10^6 + 5 \cdot 10^5 + 6 \cdot 10^4 + 7 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^2 + 9 \cdot 10^1 + 10 \cdot 1$$

$$= \underbrace{100\dots0}_{9 \text{ ch số 0}} + \underbrace{200\dots0}_{8 \text{ ch số 0}} + \underbrace{300\dots0}_{7 \text{ ch số 0}} + \dots + 800 + 90 + 10$$

$$= 1234567900$$

$1 = 1$
 $11 = 10^1 + 1$
 $111 = 10^2 + 10^1 + 1$
 $1111 = 10^3 + 10^2 + 10^1 + 1$
 $\dots = 10^8 + 10^7 + 10^6 + \dots + 1$
 $\underbrace{111\dots1}_{10 \text{ ch số 1}} = 10^9 + 10^8 + 10^7 + \dots + 10 + 1$

Câu 3 – Mã VinaID 140862 – Vinastudy.vn:

Tìm kết quả của phép nhân $33\dots3 \times 33\dots3$.

50 ch số 3 50 ch số 3

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7- VINASTUDY.VN
CÁC KỸ THUẬT BIẾN ĐỔI NÂNG CAO ĐỂ TÍNH TỔNG DÃY SỐ

Mã VinaID 140862 – Vinastudy.vn:
Tìm kết quả của phép nhân $\underbrace{33\dots3}_{50 \text{ ch số 3}} \times \underbrace{33\dots3}_{50 \text{ ch số 3}}$.

$333 = 3 \times 111$

Đặt $33\dots3 = 3 \times 111\dots1$

$$= (3 \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}}) \times (3 \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}})$$

$$= 9 \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}} \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}}$$

$$= \underbrace{999\dots9}_{50 \text{ ch số 9}} \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}}$$

$$= (\underbrace{100\dots0}_{50 \text{ ch số 0}} - 1) \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}} = \underbrace{111\dots100\dots0}_{50 \text{ ch số 1} \quad 50 \text{ ch số 0}} - \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}} = \underbrace{111\dots1088\dots89}_{49 \text{ ch số 1} \quad 49 \text{ ch số 8}}$$

Đặt $33\dots3 = 3 \times 111$

Đặt $33\dots3 = 3 \times 111$

$$\begin{array}{r} \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ ch số 1}} \cdot \underbrace{100\dots000}_{50 \text{ ch số 0}} \\ - \underbrace{11\dots111}_{50 \text{ ch số 1}} \\ \hline \underbrace{11\dots1088\dots89}_{49 \text{ ch số 1} \quad 49 \text{ ch số 0}} \end{array}$$

Câu 4 – Mã VinaID 140863 – Vinastudy.vn:

Tìm kết quả của phép nhân $33\dots3 \times 66\dots6$.

50 cs 3 50 cs 6

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7 – VINASTUDY.VN
CÁC KỸ THUẬT BIẾN ĐỔI NÂNG CAO ĐỂ TÍNH TỔNG DÃY SỐ

Mã VinaID 140863 – Vinastudy.vn:
Tìm kết quả của phép nhân $\underbrace{33\dots3}_{50 \text{ cs } 3} \times \underbrace{66\dots6}_{50 \text{ cs } 6}$.

$$\begin{aligned} & \underbrace{33\dots3}_{50 \text{ cs } 3} \times \underbrace{66\dots6}_{50 \text{ cs } 6} \\ &= 3 \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ cs } 1} \times 6 \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ cs } 1} \\ &= 2 \times 9 \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ cs } 1} \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ cs } 1} \\ &= 2 \times \underbrace{999\dots9}_{50 \text{ cs } 9} \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ cs } 1} \\ &= 2 \times (\underbrace{100\dots0}_{50 \text{ cs } 0} - 1) \times \underbrace{111\dots1}_{50 \text{ cs } 1} = \underbrace{222\dots2}_{50 \text{ cs } 2} \underbrace{00\dots0}_{50 \text{ cs } 0} - \underbrace{222\dots2}_{50 \text{ cs } 2} \end{aligned}$$

Đặt tính:

$$\begin{array}{r} \underbrace{222\dots22}_{50 \text{ cs } 2} \underbrace{000\dots00}_{50 \text{ cs } 0} \\ - \quad \quad \quad \underbrace{222\dots22}_{50 \text{ cs } 2} \\ \hline \underbrace{222\dots21777\dots78}_{49 \text{ cs } 2} \quad \underbrace{}_{49 \text{ cs } 7} \end{array}$$

Dạng 2 Tính tổng tự nhiên dạng tích bằng cách nhân với thừa số phụ

Câu 6 – Mã VinaID 140865 – Vinastudy.vn:

a) Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7 – VINASTUDY.VN
CÁC KỸ THUẬT BIẾN ĐỔI NÂNG CAO ĐỂ TÍNH TỔNG DÃY SỐ

Mã VinaID 140865 – Vinastudy.vn:

⊕ Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$

b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính: $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 97^2 + 98^2$

c) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính: $C = 1.99 + 2.98 + 3.97 + \dots + 98.2 + 99.1$

⊙ Tổng dạng $A = \underbrace{1.2}_{+1} + \underbrace{2.3}_{+1} + \underbrace{3.4}_{+1} + \dots + \underbrace{98.99}_{+1}$

⊕ Xét hiệu của 2 thừa số trong tích

$$\begin{aligned} 2-1 &= 1 \\ 3-2 &= 1 \\ &\dots \\ 99-98 &= 1 \end{aligned}$$

⇒ Phương pháp: Lấy A nhân với 3 lần hiệu của 2 thừa số

VD: Hiệu = 1 ⇒ $A \times 3$

Hiệu = 2 ⇒ $A \times 6 \rightarrow 2 \times 3$

Hiệu = 3 ⇒ $A \times 9$

Giải:

$$\begin{aligned} A &= 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99 \\ 3A &= 1.2.3 + 2.3.3 + 3.4.3 + \dots + 98.99.3 \\ 3A &= 1.2.3 + 2.3.(4-1) + 3.4.(5-2) + \dots \\ &\quad + 98.99.(100-97) \\ 3A &= 1.2.3 + 2.3.4 - 1.2.3 + 3.4.5 - 2.3.4 \\ &\quad + \dots + 98.99.100 - 97.98.99 \\ 3A &= 98.99.100 \\ A &= \frac{98.99.100}{3} \end{aligned}$$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7- VINASTUDY.VN
CÁC KỸ THUẬT BIẾN ĐỔI NÂNG CAO ĐỂ TÍNH TỔNG DÃY SỐ

Mã VinaID 140865 – Vinastudy.vn:

Ⓐ Tính tổng $A = 1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 98.99$

b) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính: $B = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 97^2 + 98^2$

c) Sử dụng kết quả của câu a, hãy tính: $C = 1.99 + 2.98 + 3.97 + \dots + 98.2 + 99.1$

⊗ Tổng dạng $A = \underbrace{1.2}_{+1} + \underbrace{2.3}_{+1} + \underbrace{3.4}_{+1} + \dots + \underbrace{98.99}_{+1}$

ⓑ $B = \underbrace{1.3}_{+2} + \underbrace{3.5}_{+2} + \underbrace{5.7}_{+2} + \dots + \underbrace{99.101}_{+2} \Rightarrow$ Nhân cả 2 vế với 6

$6.B = 1.3.6 + 3.5.6 + 5.7.6 + \dots + 99.101.6$

$6.B = 1.3.(5+1) + 3.5.(7-1) + 5.7.(9-3) + \dots + 99.101.(103-97)$

$6.B = 1.3.5 - \cancel{1.3} + 3.5.7 - \cancel{1.3.5} + 5.7.9 - \cancel{3.5.7} + \dots + 99.101.103 - \cancel{97.99.101}$

$6.B = 3 + 99.101.103$

$B = \frac{3 + 99.101.103}{6} = 171650$

Giáo viên: Trần Thu Trang

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy

Tài liệu Toán Bồi dưỡng HSG Lớp 7

Tài liệu học tập lớp 7M2

Giáo viên: Lê Tiến Đạt

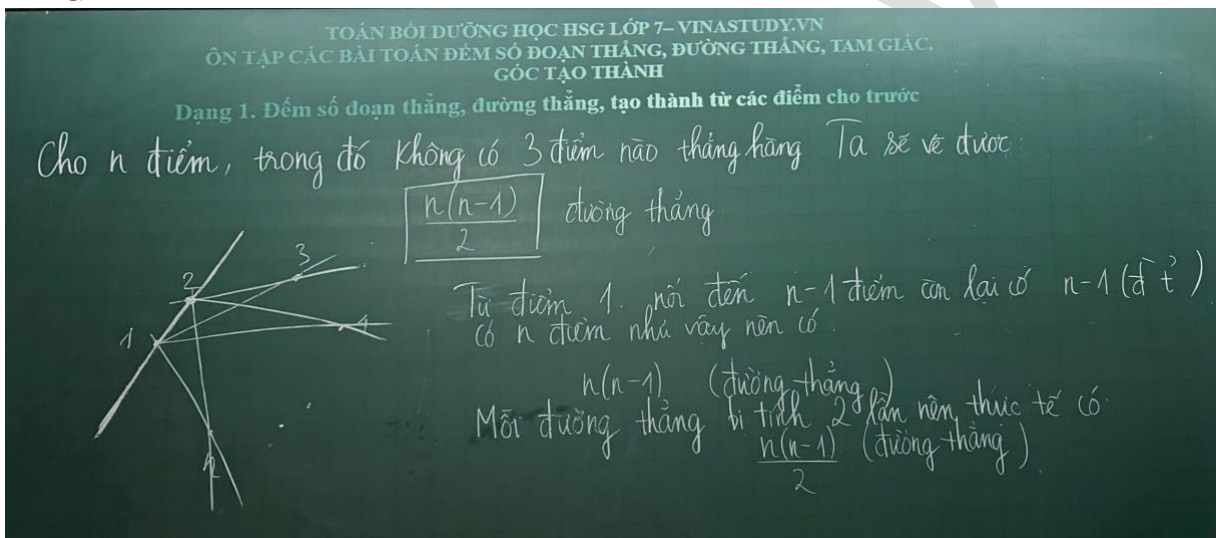
Dạng 1 Đếm số đoạn thẳng, đường thẳng tạo thành từ các điểm cho trước

Phương pháp: Cho biết có n điểm ($n \in \mathbb{N}$ và $n \geq 2$).

Kẻ từ một điểm bất kỳ với $n-1$ điểm còn lại được $n-1$ đoạn thẳng (đường thẳng)

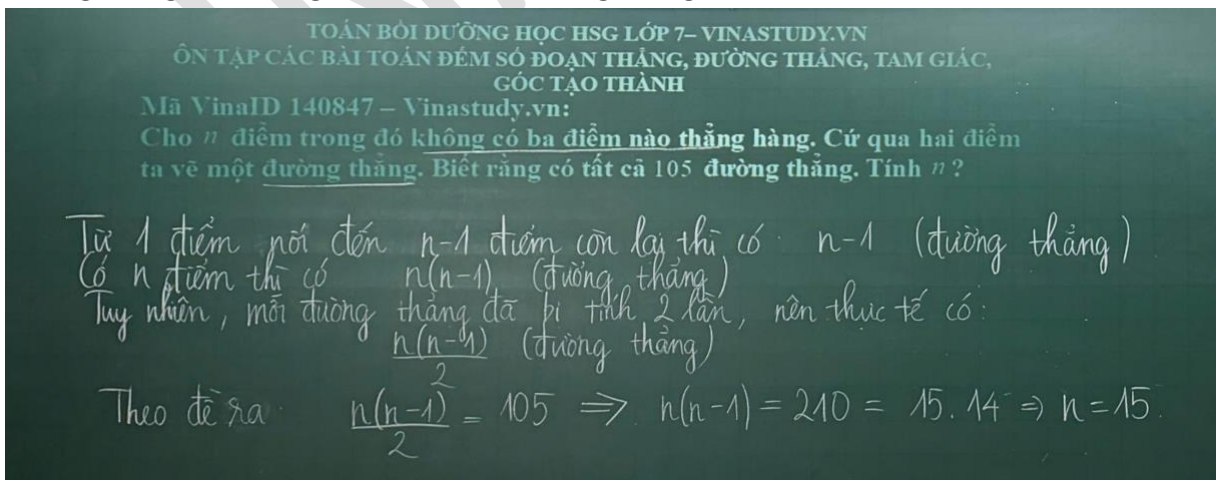
Làm như vậy với n điểm nên có $n(n-1)$ đoạn thẳng (đường thẳng). Nhưng mỗi đoạn thẳng (đường thẳng) được tính 2 lần

Do vậy số đoạn thẳng (đường thẳng) vẽ được là $n(n-1):2$ đoạn thẳng (đường thẳng)



Câu 1 – Mã VinaID 140847 – Vinastudy.vn:

Cho n điểm trong đó không có ba điểm nào thẳng hàng. Cứ qua hai điểm ta vẽ một đường thẳng. Biết rằng có tất cả 105 đường thẳng. Tính n ?



Câu 3 – Mã VinaID 140849 – Vinastudy.vn:

Cho 30 điểm phân biệt trong đó có a điểm thẳng hàng, cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Tìm a, biết số đường thẳng tạo thành là 421 đường thẳng.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7- VINASTUDY.VN
ÔN TẬP CÁC BÀI TOÁN Đếm SỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TAM GIÁC,
GÓC TẠO THÀNH

Mã VinaID 140849 – Vinastudy.vn: (a > 3)

Cho 30 điểm phân biệt trong đó có a điểm thẳng hàng, cứ qua 2 điểm ta vẽ được 1 đường thẳng. Tìm a, biết số đường thẳng tạo thành là 421 đường thẳng.

Với 30 điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng, thì vẽ được $\frac{30(30-1)}{2} = 435$ (đường thẳng)

Với a điểm thẳng hàng vẽ được 1 đường thẳng
Với a điểm, trong đó không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được $\frac{a(a-1)}{2}$ (đường thẳng)

Số đường thẳng bị $\frac{a(a-1)}{2}$ hụt đi $\frac{a(a-1)}{2} - 1$

Ta có $435 - 421 = \frac{a(a-1)}{2} - 1$

$\Rightarrow 14 = \frac{a(a-1)}{2} - 1 \Rightarrow 15 = \frac{a(a-1)}{2} \Rightarrow 30 = a(a-1) = 6 \cdot 5 \Rightarrow a = 6$

C_1
14
 C_2
 $\frac{a(a-1)}{2}$

Câu 4 – Mã VinaID 140850 – Vinastudy.vn:


Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau. Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7- VINASTUDY.VN
ÔN TẬP CÁC BÀI TOÁN Đếm SỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TAM GIÁC,
GÓC TẠO THÀNH

Mã VinaID 140850 – Vinastudy.vn:
Cho 2010 đường thẳng trong đó bất kì 2 đường thẳng nào cũng cắt nhau.
Không có 3 đường thẳng nào đồng quy. Tính số giao điểm của chúng.

Từ 1 đường thẳng vẽ đến 2009 đường thẳng còn lại thì có 2009 giao điểm
Có 2010 đường thẳng nên sẽ có $\frac{2010 \cdot 2009}{2}$ (giao điểm) 1

Mỗi giao điểm đã bị tính 2 lần nên thực tế có $\frac{2010 \cdot 2009}{2} = 2019045$ (giao điểm)



Câu 9 – Mã VinaID 140855 – Vinastudy.vn:

Cho 20 điểm cùng nằm trên một đường tròn và không trùng nhau. Hỏi vẽ được bao nhiêu hình tam giác nhận 3 trong 20 điểm là đỉnh?

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7 – VINASTUDY.VN
ÔN TẬP CÁC BÀI TOÁN Đếm SỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TAM GIÁC,
GÓC TẠO THÀNH

Mã VinaID 140855 – Vinastudy.vn:
Cho 20 điểm cùng nằm trên một đường tròn và không trùng nhau. Hỏi vẽ được bao nhiêu hình tam giác nhận 3 trong 20 điểm là đỉnh? A_1, A_2, \dots, A_{20} : 20 điểm

20 điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $\frac{20(20-1)}{2} = 190$ (đoạn thẳng)

Mỗi đoạn thẳng nối đến 18 điểm còn lại thì tổng sẽ có $190 \cdot 18 = 3420$ (tam giác)

Mỗi tam giác đã bị tính 3 lần nên thực tế có $3420 : 3 = 1140$ (tam giác)

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7 – VINASTUDY.VN
ÔN TẬP CÁC BÀI TOÁN Đếm SỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TAM GIÁC,
GÓC TẠO THÀNH

Mã VinaID 140855 – Vinastudy.vn:
Cho 20 điểm cùng nằm trên một đường tròn và không trùng nhau. Hỏi vẽ được bao nhiêu hình tam giác nhận 3 trong 20 điểm là đỉnh? A_1, A_2, \dots, A_{20} : 20 điểm

20 điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng thì vẽ được: $\frac{20(20-1)}{2} = 190$ (đoạn thẳng)

Mỗi đoạn thẳng nối đến 18 điểm còn lại thì tổng sẽ có $190 \cdot 18 = 3420$ (tam giác)

Mỗi tam giác đã bị tính 3 lần nên thực tế có $3420 : 3 = 1140$ (tam giác)

$\underline{A_1 A_2 A_7} : 1 \Delta$
 $\underline{A_2 A_7 A_1} : 1 \Delta$
 $\underline{A_7 A_7 A_2} : 1 \Delta$

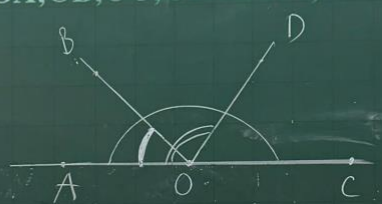
Dạng 4 Tính số góc tạo thành từ các điểm (hoặc từ các tia) cho trước

Câu 11 – Mã VinaID 140857 – Vinastudy.vn:

Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB, OD, vẽ thêm 2006 tia phân biệt (không trùng với các tia OA; OB; OC; OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC HSG LỚP 7 – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP CÁC BÀI TOÁN ĐỀM SỐ ĐOẠN THẲNG, ĐƯỜNG THẲNG, TAM GIÁC,
 GÓC TẠO THÀNH

Mã VinaID 140857 – Vinastudy.vn:
 Trên cùng nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng AC chứa tia OB, OD, vẽ thêm 2006 tia phân biệt (không trùng với các tia OA; OB; OC; OD đã cho) thì có tất cả bao nhiêu góc?



Tổng có: 2010 tia phân biệt
 Từ 1 tia vẽ đến 2009 tia còn lại có 2009 (góc)
 Có 2010 tia nên có $2010 \cdot 2009$ (góc)
 Mỗi tia tính 2 lần nên có $\frac{2010 \cdot 2009}{2} = 2019045$ (góc)

Giáo viên: Lê Tiến Đạt

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy