

Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi **Lớp 9**

**TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 9M2**

Giáo viên: **Lê Tiên Đạt**

**Bài 3 – Mã VinaID 150331 – Vinastudy.vn:**

Tính giá trị của P tại  $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ . Biết  $P = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^{2024} + 2024$ .

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
CÁN THỨC (PHẦN 1)

Mã VinaID 150331 – Vinastudy.vn:

Tính giá trị của P tại  $x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}}$ . Biết

$P = (4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2)^{2024} + 2024$ .

$$x = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}-1)}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{2}-1)^2}{2-1^2}} = \frac{1}{2} (\sqrt{2}-1)$$

$$2x = \sqrt{2}-1 \Rightarrow 2x+1 = \sqrt{2} \Rightarrow (2x+1)^2 = 2$$

$$\Rightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 2 \Rightarrow 4x^2 + 4x - 1 = 0$$

Ta có:  $4x^5 + 4x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = x^3(4x^2 + 4x - 1) - 4x^3 + 5x - 2$

$$= x^3 \cdot 0 - x(4x^2 + 4x - 1) + 4x^2 + 4x - 2$$

$$= 0 - x \cdot 0 + (4x^2 + 4x - 1) - 1 = -1 \Rightarrow P = (-1)^{2024} + 2024 = 2025$$

**Bài 4 – Mã VinaID 150332 – Vinastudy.vn:**

Cho  $a = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \frac{a^4 - 4a^3 + a^2 + 6a + 4}{a^2 - 2a + 12}$$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
CĂN THỨC (PHẦN 1)

Mã VinaID 150332 – Vinastudy.vn:

Cho  $a = \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$ . Tính giá trị của biểu thức:

$$T = \frac{a^4 - 4a^3 + a^2 + 6a + 4}{a^2 - 2a + 12}$$

$$a^2 = 4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} + 4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}} + 2 \cdot \sqrt{4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} \cdot \sqrt{4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$$

$$= 8 + 2 \sqrt{(4 + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}})(4 - \sqrt{10 + 2\sqrt{5}})}$$

$$= 8 + 2 \sqrt{16 - (10 + 2\sqrt{5})} = 8 + 2 \sqrt{6 - 2\sqrt{5}} = 8 + 2 \sqrt{(\sqrt{5} - 1)^2}$$

$$= 8 + 2(\sqrt{5} - 1) = 6 + 2\sqrt{5} = (\sqrt{5} + 1)^2$$

$\forall a > 0, a^2 = (\sqrt{5} + 1)^2 \Rightarrow a = \sqrt{5} + 1 \Rightarrow a - 1 = \sqrt{5} \Rightarrow (a - 1)^2 = 5$

$$\Rightarrow \frac{a^4 - 4a^3 + a^2 + 6a + 4}{a^2 - 2a + 12} = \frac{a^2 \cdot 0 - 2a(a^2 - 2a - 4) + a^2 - 2a - 4 + 8}{0 + 16}$$

$$= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$$

**Bài 5 – Mã VinaID 150333 – Vinastudy.vn:**

Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn:  $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$ . Tính giá trị của  $A = x + y$ .

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
CĂN THỨC (PHẦN 1)

Mã VinaID 150333 – Vinastudy.vn:

Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn:  $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 1$ . Tính giá trị của  $A = x + y$ .

Ta có:  $\frac{(\sqrt{x^2 + 1} + x)(\sqrt{x^2 + 1} - x)}{(\sqrt{x^2 + 1} + x)(\sqrt{y^2 + 1} + y)} = \frac{1}{1}$

$$\Rightarrow \frac{\sqrt{x^2 + 1} - x}{\sqrt{y^2 + 1} + y} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1} + x}$$

Tương tự  $\frac{\sqrt{y^2 + 1} - y}{\sqrt{x^2 + 1} + x} = \frac{1}{\sqrt{y^2 + 1} + y}$

$$\Rightarrow \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 1} - (x + y) = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{y^2 + 1} + x + y$$

$$\Rightarrow -(x + y) = x + y$$

$$\Rightarrow 2(x + y) = 0 \Rightarrow x + y = 0$$

**Bài 9 – Mã VinaID 150337 – Vinastudy.vn:**

Tìm các số thực  $x$  sao cho  $x + \sqrt{2024}$  và  $\frac{1}{x} - \sqrt{2024}$  đều là số nguyên.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
CÁN THỨC (PHẦN 1)

Mã VinaID 150337 – Vinastudy.vn:

Tìm các số thực  $x$  sao cho  $x + \sqrt{2024}$  và  $\frac{1}{x} - \sqrt{2024}$  đều là số nguyên.

ĐK:  $x \neq 0$ .

Đặt  $x + \sqrt{2024} = a, \frac{1}{x} - \sqrt{2024} = b, (a, b \in \mathbb{Z})$ .

$\Rightarrow x = a - \sqrt{2024}, \frac{1}{x} = b + \sqrt{2024}$ .

$\Rightarrow x \frac{1}{x} = ab + \sqrt{2024}(a - b) - 2024$ .

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2024}}$  là số vô tỉ. nên  $a - b = 0 \Rightarrow 2025 - ab = 0$

$\Rightarrow a = b = \pm 45$

$\Rightarrow x = \dots$

**Bài 10 – Mã VinaID 150338 – Vinastudy.vn:**

Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn điều kiện  $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 2$ .

Tính giá trị của biểu thức  $Q = x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1}$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
CÁN THỨC (PHẦN 1)

Mã VinaID 150338 – Vinastudy.vn:

Cho  $x, y$  là các số thực thỏa mãn điều kiện  $(x + \sqrt{x^2 + 1})(y + \sqrt{y^2 + 1}) = 2$ .

Tính giá trị của biểu thức  $Q = x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1}$

Ta có:  $2 = xy + x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}$

$\Rightarrow 2 = Q + xy + \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}$

$\Rightarrow (2 - Q)^2 = xy^2 + \sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)} + (x^2 + 1)(y^2 + 1)$

$\Rightarrow (2 - Q)^2 = 2xy^2 + x^2 + y^2 + 1 + 2xy\sqrt{(x^2 + 1)(y^2 + 1)}$

$\Rightarrow (2 - Q)^2 = (x\sqrt{y^2 + 1} + y\sqrt{x^2 + 1})^2 + 1$

$\Rightarrow (2 - Q)^2 = Q^2 + 1$

$\Rightarrow Q^2 - 4Q + 4 = Q^2 + 1$

$\Rightarrow -4Q = -3 \Rightarrow Q = \frac{3}{4}$

**Giáo viên: Lê Tiến Đạt**

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy

**TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 9M2**  
**Giáo viên: Lê Tiến Đạt**

VINASTUDY

**Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi **Lớp 9****

**TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 9M2**  
**Giáo viên: Nguyễn Văn Sơn**

**Câu 1 – Mã VinaID 150304 – Vinastudy.vn:**

Cho hình vuông  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm nằm giữa  $B$  và  $C$ . Kẻ  $AN$  vuông góc với  $AM$ ,  $AP$  vuông góc với  $MN$  ( $M$  và  $P$  thuộc đường thẳng  $CD$ )

a) Chứng minh tam giác  $AMN$  vuông cân

b) Chứng minh rằng  $AN^2 = NC \cdot NP$

c) Gọi  $Q$  là giao điểm của tia  $AM$  và tia  $DC$ . Chứng minh tổng  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2}$  không đổi

khí điểm  $M$  thay đổi trên cạnh  $BC$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
 ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG  
 Mã VinaID 150304 – Vinastudy.vn:  
 Cho hình vuông  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm nằm giữa  $B$  và  $C$ . Kẻ  $AN$  vuông góc với  $AM$ ,  $AP$  vuông góc với  $MN$  ( $M$  và  $P$  thuộc đường thẳng  $CD$ )

a) Chứng minh tam giác  $AMN$  vuông cân  
 b) Chứng minh rằng  $AN^2 = NC \cdot NP$

c) Gọi  $Q$  là giao điểm của tia  $AM$  và tia  $DC$ . Chứng minh tổng  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2}$  không đổi khi điểm  $M$  thay đổi trên cạnh  $BC$

a)  $ABCD$  là hv  $\Rightarrow \begin{cases} AB = AD \\ \widehat{ADC} = \widehat{ABC} = \widehat{DAB} = 90^\circ \end{cases}$

Ta có:  $\begin{cases} \widehat{NAD} + \widehat{DAM} = 90^\circ \\ \widehat{BAM} + \widehat{DAM} = \widehat{DAB} = 90^\circ \end{cases}$   
 $\Rightarrow \widehat{NAD} = \widehat{BAM}$   
 $\Delta ADN = \Delta ABM$  (g.g.)  
 $\Rightarrow AN = AM$   
 $\Rightarrow \Delta ANM$  cân tại  $A$   
 Mà  $\widehat{MAN} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \Delta ANM$  vuông cân tại  $A$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
 ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG  
 Mã VinaID 150304 – Vinastudy.vn:  
 Cho hình vuông  $ABCD$ ,  $M$  là một điểm nằm giữa  $B$  và  $C$ . Kẻ  $AN$  vuông góc với  $AM$ ,  $AP$  vuông góc với  $MN$  ( $M$  và  $P$  thuộc đường thẳng  $CD$ )

a) Chứng minh tam giác  $AMN$  vuông cân  
 b) Chứng minh rằng  $AN^2 = NC \cdot NP$

c) Gọi  $Q$  là giao điểm của tia  $AM$  và tia  $DC$ . Chứng minh tổng  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2}$  không đổi khi điểm  $M$  thay đổi trên cạnh  $BC$

b)  $ABCD$  là hv,  $\Rightarrow \widehat{ACD} = 45^\circ$   
 $O = AP \cap MN$ ,  $\Delta AMN$  vuông cân tại  $A$  với  $AO$  là đg cao  
 $\Rightarrow AO$  là đg pđg của  $\Delta MAN \Rightarrow \widehat{OAN} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$   
 Hay  $\widehat{PAN} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{ACD} = \widehat{PAN}$   
 $\Rightarrow \Delta NAP \sim \Delta NCA$  (g.g.)  
 $\Rightarrow \frac{NA}{NC} = \frac{NP}{NA}$   
 $\Rightarrow NA^2 = NC \cdot NP$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
 ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Mã VinaID 150304 – Vinastudy.vn:  
 Cho hình vuông ABCD, M là một điểm nằm giữa B và C. Kẻ AN vuông góc với AM, AP vuông góc với MN (M và P thuộc đường thẳng CD)

a) Chứng minh tam giác AMN vuông cân  
 b) Chứng minh rằng  $AN^2 = NC \cdot NP$   
 c) Gọi Q là giao điểm của tia AM và tia DC. Chứng minh tổng  $\frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2}$  không đổi khi điểm M thay đổi trên cạnh BC

$\Delta ABC$  vuông tại A. AH là đường cao.  
 $AB^2 = BH \cdot BC$   
 $AC^2 = CH \cdot BC$   
 $AH \cdot BC = AB \cdot AC$   
 $AH^2 = BH \cdot CH$   
 $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$

c)  $\Delta ADN \sim \Delta QDA$  (g.g)  
 $\Rightarrow \frac{AD}{AN} = \frac{QD}{AQ} \Rightarrow \frac{AD^2}{AN^2} = \frac{QD^2}{AQ^2}$   
 $\Rightarrow \frac{AD^2}{AN^2} = \frac{AQ^2 - AD^2}{AQ^2}$   
 $\Rightarrow \frac{AD^2}{AN^2} = 1 - \frac{AD^2}{AQ^2}$   
 $\Rightarrow \frac{AD^2}{AN^2} + \frac{AD^2}{AQ^2} = 1 \Rightarrow \frac{1}{AN^2} + \frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AM^2} + \frac{1}{AQ^2} = \frac{1}{AD^2} = \text{const}$

**Câu 2 – Mã VinaID 150305 – Vinastudy.vn:**

Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh là  $a$ . Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh  $AB, BC$  lần lượt lấy 2 điểm  $P, Q$  ( $Q$  không trùng với đỉnh của hình vuông) sao cho  $\angle POQ = 90^\circ$ . Đường thẳng  $AQ$  cắt đường thẳng  $DC$  tại  $N$ , đường thẳng  $OQ$  cắt đường thẳng  $BN$  tại  $K$

- 1) Chứng minh  $\triangle BPO = \triangle CQO$ . Tính diện tích tứ giác  $BPOQ$  theo  $a$
- 2) Chứng minh  $QK \cdot QO = QB \cdot QC$
- 3) Hãy tìm vị trí của điểm  $P$  trên  $AB$  sao cho  $QO \cdot QK$  lớn nhất
- 4) Khi  $P, Q$  thay đổi trên  $AB, BC$  và  $\angle POQ = 90^\circ$  thì  $\frac{1}{CK^2} - \frac{1}{CN^2}$  có giá trị không đổi.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Mã VinaID 150305 – Vinastudy.vn:  
Cho hình vuông  $ABCD$  có độ dài cạnh là  $a$ . Gọi  $O$  là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh  $AB, BC$  lần lượt lấy 2 điểm  $P, Q$  ( $Q$  không trùng với đỉnh của hình vuông) sao cho  $\angle POQ = 90^\circ$ . Đường thẳng  $AQ$  cắt đường thẳng  $DC$  tại  $N$ , đường thẳng  $OQ$  cắt đường thẳng  $BN$  tại  $K$

- 1) Chứng minh  $\triangle BPO = \triangle CQO$ . Tính diện tích tứ giác  $BPOQ$  theo  $a$
- 2) Chứng minh  $QK \cdot QO = QB \cdot QC$
- 3) Hãy tìm vị trí của điểm  $P$  trên  $AB$  sao cho  $QO \cdot QK$  lớn nhất
- 4) Khi  $P, Q$  thay đổi trên  $AB, BC$  và  $\angle POQ = 90^\circ$  thì  $\frac{1}{CK^2} - \frac{1}{CN^2}$  có giá trị không đổi.

1)  $ABCD$  là hv,  $O$  là gđ của  $AC$  và  $BD$

$$\Rightarrow \begin{cases} OB = OC \\ \angle BOC = 90^\circ \\ \angle OBA = \angle OCB = 45^\circ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \angle COQ + \angle QOB = 90^\circ \\ \angle POB + \angle QOB = 90^\circ \end{cases} \Rightarrow \angle COQ = \angle POB$$

$\triangle BPO = \triangle CQO$  (g.c.g)

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
 ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Mã VinaID 150305 – Vinastudy.vn:

Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh là a. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB, BC lần lượt lấy 2 điểm P, Q (Q không trùng với đỉnh của hình vuông) sao cho  $\angle POQ = 90^\circ$ . Đường thẳng AQ cắt đường thẳng DC tại N, đường thẳng OQ cắt đường thẳng BN tại K

- 1) Chứng minh  $\triangle BPO = \triangle CQO$ . Tính diện tích tứ giác BPOQ theo a
- 2) Chứng minh  $QK \cdot QO = QB \cdot QC$
- 3) Hãy tìm vị trí của điểm P trên AB sao cho  $QO \cdot QK$  lớn nhất
- 4) Khi P, Q thay đổi trên AB, BC và  $\angle POQ = 90^\circ$  thì  $\frac{1}{CK^2} - \frac{1}{CN^2}$  có giá trị không đổi.

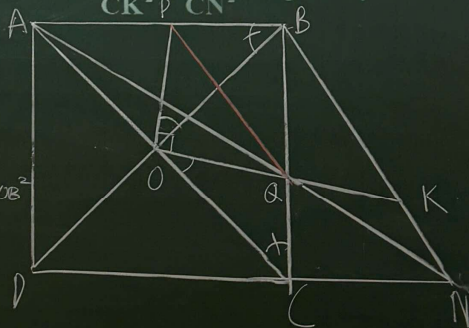
$$\Rightarrow S_{\triangle BPO} = S_{\triangle CQO}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BPO} + S_{\triangle BOQ} = S_{\triangle CAO} + S_{\triangle BOQ}$$

$$\Rightarrow S_{BPOQ} = S_{\triangle BOC} = \frac{1}{2} OB \cdot OC = \frac{1}{2} \cdot OB^2$$

$\triangle OBC$  vuông cân tại O  $\Rightarrow 2OB^2 = BC^2 = a^2$

$$\Rightarrow S_{BPOQ} = \frac{a^2}{4} \text{ (đ.v.d.t.)}$$



TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN  
 ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG

Mã VinaID 150305 – Vinastudy.vn:

Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh là a. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB, BC lần lượt lấy 2 điểm P, Q (Q không trùng với đỉnh của hình vuông) sao cho  $\angle POQ = 90^\circ$ . Đường thẳng AQ cắt đường thẳng DC tại N, đường thẳng OQ cắt đường thẳng BN tại K

- 1) Chứng minh  $\triangle BPO = \triangle CQO$ . Tính diện tích tứ giác BPOQ theo a
- 2) Chứng minh  $QK \cdot QO = QB \cdot QC$
- 3) Hãy tìm vị trí của điểm P trên AB sao cho  $QO \cdot QK$  lớn nhất
- 4) Khi P, Q thay đổi trên AB, BC và  $\angle POQ = 90^\circ$  thì  $\frac{1}{CK^2} - \frac{1}{CN^2}$  có giá trị không đổi.

$$\triangle BPO = \triangle CQO \Rightarrow BP = CQ$$

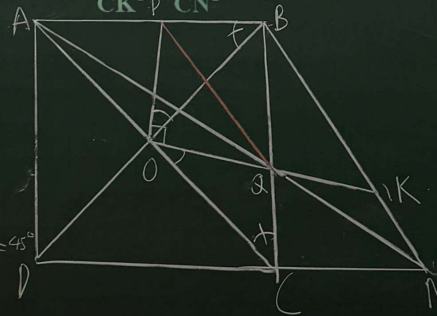
Mà  $AB = BC \Rightarrow AB - BP = BC - CQ \Rightarrow AP = BQ$

$$AB \parallel CN \Rightarrow \frac{BQ}{QC} = \frac{AQ}{QN} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QN}$$

$$\Rightarrow PQ \parallel BN \Rightarrow \widehat{BKQ} = \widehat{PBO}$$

$\triangle POQ$  vuông cân tại O  $\Rightarrow \widehat{PO} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{BKQ} = 45^\circ$

$$\Rightarrow \widehat{OCQ} = \widehat{BKQ} = 45^\circ \Rightarrow \triangle OQC \sim \triangle BQK \text{ (g.g.)}$$



**TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN**  
**ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

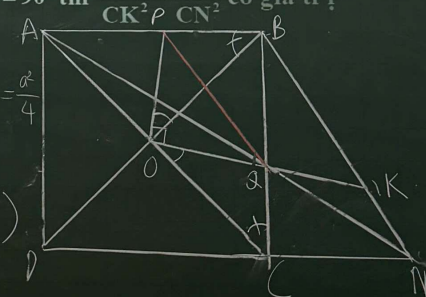
Mã VinaID 150305 – Vinastudy.vn:  
Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh là a. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB, BC lần lượt lấy 2 điểm P, Q (Q không trùng với đỉnh của hình vuông) sao cho  $\angle POQ = 90^\circ$ . Đường thẳng AQ cắt đường thẳng DC tại N, đường thẳng OQ cắt đường thẳng BN tại K.

- 1) Chứng minh  $\triangle BPO = \triangle CQO$ . Tính diện tích tứ giác BPOQ theo a
- 2) Chứng minh  $QK \cdot QO = QB \cdot QC$
- 3) Hãy tìm vị trí của điểm P trên AB sao cho  $QO \cdot QK$  lớn nhất
- 4) Khi P, Q thay đổi trên AB, BC và  $\angle POQ = 90^\circ$  thì  $\frac{1}{CK^2} + \frac{1}{CN^2}$  có giá trị không đổi.

$ab \leq \frac{a^2 + b^2}{2}$   
 $2\sqrt{ab} \leq a + b$   
 $ab \leq \frac{(a+b)^2}{4}$   
 $QO \cdot QK \leq QB \cdot QC$

\*)  $(AB - BC)^2 \geq 0$

(Dấu '=' xảy ra khi  $QB = QC \Rightarrow AP = PB$ )  
 $\Rightarrow P$  là trung điểm AB



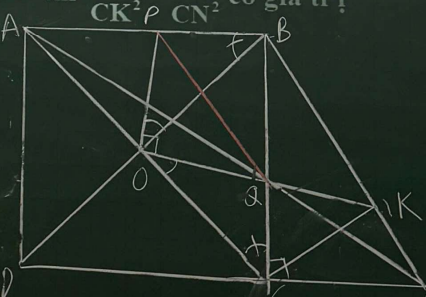
**TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 9 – VINASTUDY.VN**  
**ÔN TẬP TAM GIÁC ĐỒNG DẠNG**

Mã VinaID 150305 – Vinastudy.vn:  
Cho hình vuông ABCD có độ dài cạnh là a. Gọi O là giao điểm của hai đường chéo. Trên cạnh AB, BC lần lượt lấy 2 điểm P, Q (Q không trùng với đỉnh của hình vuông) sao cho  $\angle POQ = 90^\circ$ . Đường thẳng AQ cắt đường thẳng DC tại N, đường thẳng OQ cắt đường thẳng BN tại K.

- 1) Chứng minh  $\triangle BPO = \triangle CQO$ . Tính diện tích tứ giác BPOQ theo a
- 2) Chứng minh  $QK \cdot QO = QB \cdot QC$
- 3) Hãy tìm vị trí của điểm P trên AB sao cho  $QO \cdot QK$  lớn nhất
- 4) Khi P, Q thay đổi trên AB, BC và  $\angle POQ = 90^\circ$  thì  $\frac{1}{CK^2} + \frac{1}{CN^2}$  có giá trị không đổi.

4)  $QK \cdot QO = QB \cdot QC \Rightarrow \frac{QO}{QB} = \frac{QC}{QK}$   
 $\Rightarrow \triangle OQB \sim \triangle CQK$  (c.g.c)  
 $\Rightarrow \angle QKC = \angle OBQ = 45^\circ$   
 $\Rightarrow \angle CKB = \angle QKC + \angle QKB = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$   
 $\Rightarrow CK \perp BN$  tại K

.....  $\frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CN^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow \frac{1}{CK^2} + \frac{1}{CN^2} = \frac{1}{a^2}$



**Giáo viên: Nguyễn Văn Sơn**

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy