

Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi **Lớp 8**

TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 8M2

Giáo viên: Nguyễn Văn Sơn

Câu 1 – Mã VinaID 150312 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. Trên các đoạn thẳng AB, CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = DF$. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
ÔN TẬP TAM GIÁC BẰNG NHAU

Mã VinaID 150312 – Vinastudy.vn:
Cho tam giác ABC , gọi M là trung điểm cạnh BC . Trên tia đối của tia MA lấy điểm D sao cho $MD = MA$. Trên các đoạn thẳng AB, CD lần lượt lấy các điểm E, F sao cho $AE = DF$. Chứng minh ba điểm E, M, F thẳng hàng.

$\triangle ABM = \triangle DCM$ (c.g.c)
 $\Rightarrow \widehat{BAM} = \widehat{CDM}$ (...)
 Hay $\widehat{EAM} = \widehat{FDM}$

$\triangle AME = \triangle DMF$ (c.g.c)
 $\Rightarrow \widehat{AME} = \widehat{DMF}$
 $\Rightarrow \widehat{AME} + \widehat{AMF} = \widehat{DMF} + \widehat{AMF} = 180^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{EMF} = 180^\circ$
 $\Rightarrow \overline{E, M, F}$

$\widehat{EMF} = 180^\circ$
 $= \widehat{EMA} + \widehat{AMF} = 180^\circ$ (?)
 $= \widehat{DMF} + \widehat{AMF} = 180^\circ$ (✓)

E, M, F
 $180^\circ / \text{góc bẹt}$
 Tiên đề 3 - eukl
 Tính duy nhất của đg

Câu 3 – Mã VinaID 150314 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M . Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$. Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM .

- a) Chứng minh tam giác BEC đều;
- b) Kẻ $AH \perp EM (H \in EM)$. Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N . Chứng minh $KN \perp AC$.


TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
ÔN TẬP TAM GIÁC BẰNG NHAU

Mã VinaID 150314 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC vuông tại A , $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M . Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$. Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM .

a) Chứng minh tam giác BEC đều;

b) Kẻ $AH \perp EM (H \in EM)$. Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N . Chứng minh $KN \perp AC$.



$\Delta ABM = \Delta KBM$ (c.g.c)
 $\Rightarrow \begin{cases} \widehat{BAM} = \widehat{BKM} = 90^\circ \\ AM = KM \end{cases}$
 $\Delta AME = \Delta KMC$ (g.c.g)
 $\Rightarrow AE = CK$
 $\widehat{AB} = BK \Rightarrow AB + AE = BK + CK$
 $\Rightarrow BE = BC \Rightarrow \Delta BEC$ cân tại B
 $\Rightarrow \widehat{ABC} = 90^\circ - \widehat{ACB} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow \widehat{EBC} = 60^\circ$ (1)

ΔBEC đều
 $\begin{cases} 3 \text{ cạnh} = \text{nhau} \\ 2 \text{ góc } 60^\circ \text{ (2)} \\ \Delta \text{ cân} + 60^\circ \text{ (3)} \end{cases}$
 $\widehat{B} = 60^\circ$
 $BE = BC$

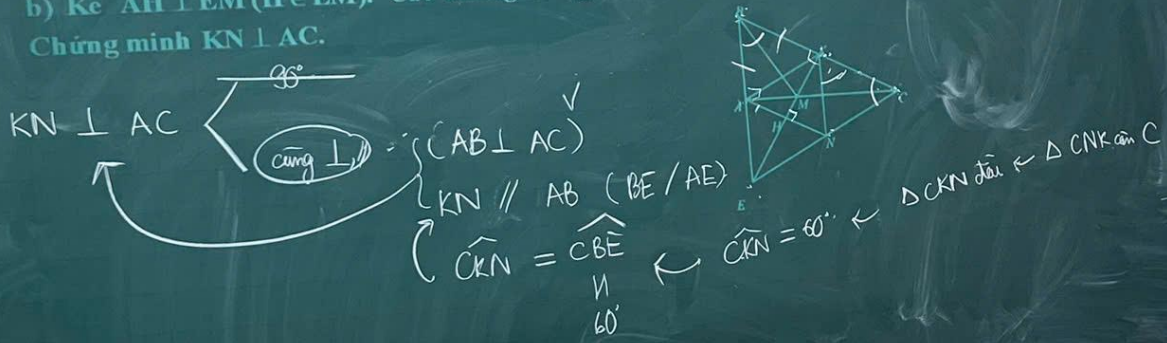
(1), (2) $\Rightarrow \Delta BEC$ đều

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP TAM GIÁC BẰNG NHAU

Mã VinaID 150314 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M. Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$. Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM.

- a) Chứng minh tam giác BEC đều;
- b) Kẻ $AH \perp EM$ ($H \in EM$). Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N. Chứng minh $KN \perp AC$.

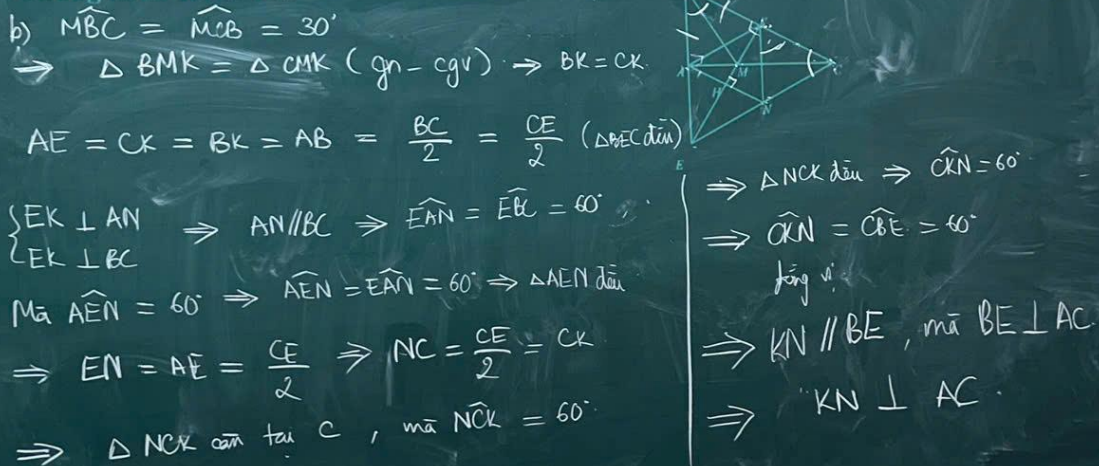


TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
 ÔN TẬP TAM GIÁC BẰNG NHAU

Mã VinaID 150314 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC vuông tại A, $\widehat{ACB} = 30^\circ$. Tia phân giác của góc ABC cắt cạnh AC tại M. Lấy điểm K trên cạnh BC sao cho $BK = BA$. Gọi E là giao điểm của các đường thẳng AB và KM.

- a) Chứng minh tam giác BEC đều;
- b) Kẻ $AH \perp EM$ ($H \in EM$). Các đường thẳng AH và EC cắt nhau tại N. Chứng minh $KN \perp AC$.



Giáo viên: Nguyễn Văn Sơn

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy

Tài liệu Toán bồi dưỡng học sinh giỏi Lớp 8

TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 8M2

Giáo viên: Lê Tiến Đạt

Một số hằng đẳng thức bậc hai:

1. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

2. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a+b)^2 - 4ab$

3. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

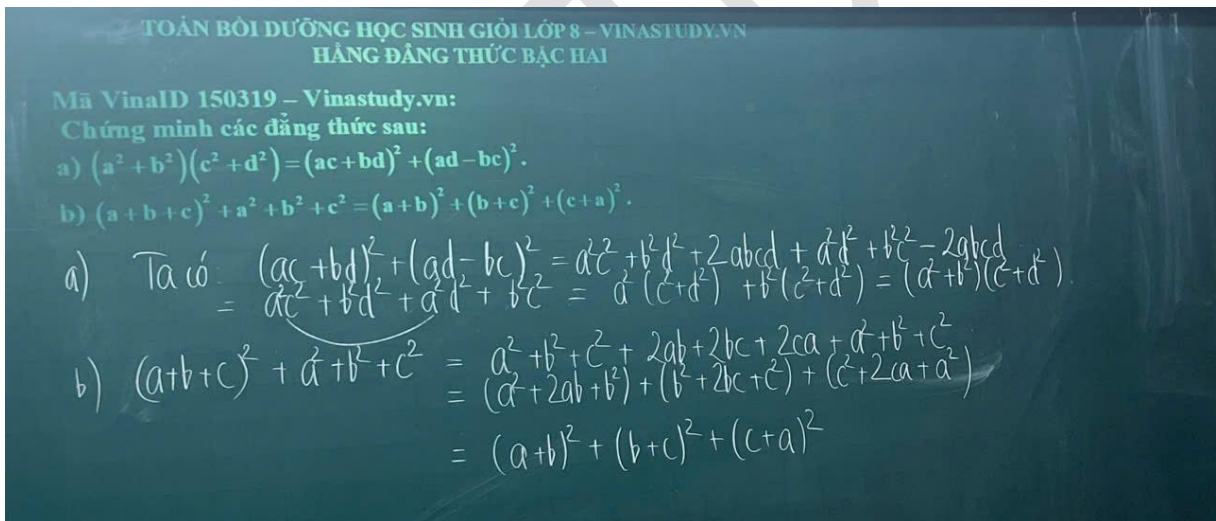
4. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$

Bài 1 – Mã VinaID 150319 – Vinastudy.vn:

Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac + bd)^2 + (ad - bc)^2$.

b) $(a+b+c)^2 + a^2 + b^2 + c^2 = (a+b)^2 + (b+c)^2 + (c+a)^2$.



Bài 2 – Mã VinaID 150320 – Vinastudy.vn:

Chứng minh rằng nếu $(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ca)$ thì $a=b=c$.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
HÀNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI

Mã VinaID 150320 – Vinastudy.vn:
Chứng minh rằng nếu $(a+b+c)^2 = 3(ab+bc+ca)$ thì $a=b=c$.

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) = 3(ab+bc+ca) \\ \Rightarrow & a^2 + b^2 + c^2 = ab+bc+ca \\ \Rightarrow & 2(a^2+b^2+c^2) = 2(ab+bc+ca) \\ \Rightarrow & 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0 \\ \Rightarrow & (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0 \\ \Rightarrow & (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Viết $(a-b)^2 \geq 0, (b-c)^2 \geq 0, (c-a)^2 \geq 0$ với mọi a, b, c nên
(1) xảy ra khi $\Rightarrow a=b=c$.

Bài 4 – Mã VinaID 150322 – Vinastudy.vn:

Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn đồng thời $a+b+c=6$ và $a^2+b^2+c^2=12$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = (a-1)^{2024} + (b-2)^{2025} + (c-3)^{2026}$.

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
HÀNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI

Mã VinaID 150322 – Vinastudy.vn:
Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn đồng thời $a+b+c=6$ và $a^2+b^2+c^2=12$.

Tính giá trị của biểu thức: $P = (a-1)^{2024} + (b-2)^{2025} + (c-3)^{2026}$.

$$\begin{aligned} 6^2 &= (a+b+c)^2 \Rightarrow 36 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca) \Rightarrow ab+bc+ca = \frac{36-12}{2} = 12 \\ \Rightarrow & a^2 + b^2 + c^2 = ab+bc+ca \\ \Rightarrow & 2(a^2+b^2+c^2) = 2(ab+bc+ca) \\ \Rightarrow & 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0 \Rightarrow (a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0 \\ \Rightarrow & (a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0 \quad (1) \end{aligned}$$

Viết $(a-b)^2, (b-c)^2, (c-a)^2 \geq 0$ với mọi a, b, c nên (1) xảy ra khi
 $\Rightarrow a=b=c$ mà $a+b+c=6 \Rightarrow a=b=c=2$

$$\Rightarrow P = 1^{2024} + 0^{2025} + (-1)^{2026} = 2$$

Bài 5 – Mã VinaID 150323 – Vinastudy.vn:

Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2 - b^2 = 4c^2$. Chứng minh rằng:

$$(5a - 3b - 8c)(5a - 3b + 8c) = (3a - 5b)^2.$$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
HÀNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI

Mã VinaID 150323 – Vinastudy.vn:
Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn $a^2 - b^2 = 4c^2$. Chứng minh rằng: $16 \cdot 4c^2$

$$(5a - 3b - 8c)(5a - 3b + 8c) = (3a - 5b)^2.$$

Đặt $5a - 3b = x, 8c = y$

$$\Rightarrow (5a - 3b - 8c)(5a - 3b + 8c) = (x - y)(x + y) = x^2 - y^2$$

$$= (5a - 3b)^2 - (8c)^2 = 25a^2 + 9b^2 - 30ab - 64c^2$$

$$= 25a^2 + 9b^2 - 30ab - 16 \cdot (a^2 - b^2)$$

$$= 9a^2 - 30ab + 25b^2$$

$$= (3a - 5b)^2 \quad \square$$

Bài 6 – Mã VinaID 150324 – Vinastudy.vn:

Giả sử a, b, c, x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn đồng thời các điều kiện:

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \text{ và } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \text{ Chứng minh rằng: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

TOÁN BỒI DƯỠNG HỌC SINH GIỎI LỚP 8 – VINASTUDY.VN
HÀNG ĐẲNG THỨC BẬC HAI

Mã VinaID 150324 – Vinastudy.vn:
Giả sử a, b, c, x, y, z là các số thực khác 0 thỏa mãn đồng thời các điều kiện:

$$\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \text{ và } \frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1. \text{ Chứng minh rằng: } \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1.$$

Viết $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1 \Rightarrow \left(\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c}\right)^2 = 1$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot \frac{xy}{ab} + 2 \cdot \frac{yz}{bc} + 2 \cdot \frac{xz}{ac} = 1$$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \left(\frac{xyz + yza + xzb}{abc} \right) = 1$$

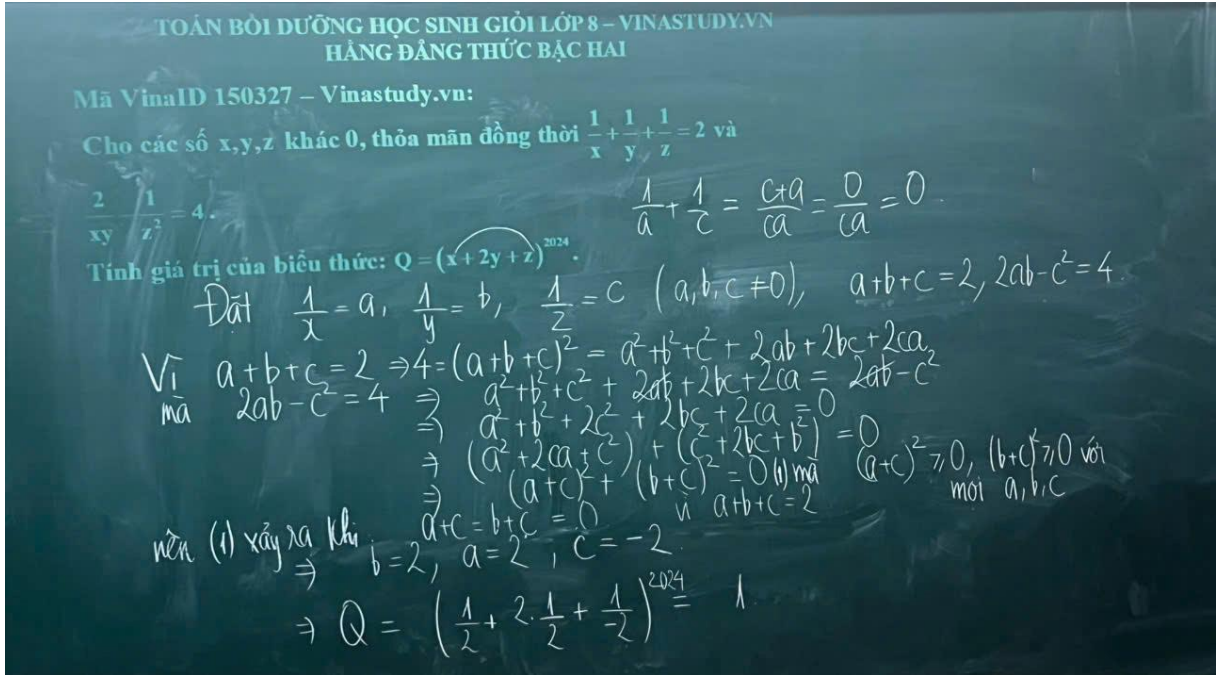
Viết $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} + \frac{c}{z} = 0 \Rightarrow \frac{ayz + bxz + cxy}{xyz} = 0 \Rightarrow ayz + bxz + cxy = 0$

$$\Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} + 2 \cdot 0 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad \square$$

Bài 7 – Mã VinaID 150325 – Vinastudy.vn:

Cho a, b, c là các số thực thỏa mãn: $a + b + c = 0, abc \neq 0$. Tính giá trị của biểu thức:

$$P = \frac{1}{b^2 + c^2 - a^2} + \frac{1}{c^2 + a^2 - b^2} + \frac{1}{a^2 + b^2 - c^2}.$$



Giáo viên: Lê Tiến Đạt

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy