

**Tài liệu Toán cơ bản nâng cao, luyện thi vào lớp 10 Lớp 9**

**TÀI LIỆU TOÁN LỚP 9AV2**

Giáo viên: Trần Ngọc Trường

**Dạng 1** Vận dụng hằng đẳng thức để tính giá trị biểu thức dựa vào biểu thức liên hệ của các ẩn

**Câu 1 – Mã VinaID 140952 – Vinastudy.vn:**

Cho  $x + y = 2, x^2 + y^2 = 10$ . Tính giá trị của biểu thức  $x^3 + y^3$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN  
 VẬN DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN  
 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140952 – Vinastudy.vn:  
 Cho  $x + y = 2, x^2 + y^2 = 10$ . Tính giá trị của biểu thức  $x^3 + y^3$

⊕  $(x+y)^2 = (x^2+y^2) + 2xy$   
 $2^2 = 10 + 2xy$   
 $xy = -3$

⊕  $x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$   
 $= 2(10 - 3)$   
 $= 14$

---

$x^3 + y^3 = (x+y)(x^2 - xy + y^2)$

①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

②  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

③  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $= (a^3 + b^3) + 3ab(a+b)$

④  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$   
 $= (a^3 - b^3) - 3ab(a-b)$

✓ ⑤  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

⑥  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

VẬN DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN  
 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140953 – Vinastudy.vn:  
 Cho  $x + y = 2, x^2 + y^2 = 10$ . Tính giá trị của biểu thức  $x^4 + y^4$

Tính  $x^4 + y^4$   $xy = ??$

Nhập:  $(x^2 + y^2)^2 = x^4 + 2x^2y^2 + y^4$

Tính tiếp:  $(x+y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy$   
 $2^2 = 10 + 2xy$   
 $xy = -3$

⊕  $(x^2 + y^2)^2 = x^4 + y^4 + 2x^2y^2$   
 $10^2 = (x^4 + y^4) + 2(-3)^2$   
 $100 = (x^4 + y^4) + 18$   
 $x^4 + y^4 = 82$

①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

②  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

③  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $= (a^3 + b^3) + 3ab(a+b)$

④  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$   
 $= (a^3 - b^3) - 3ab(a-b)$

✓ ⑤  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

⑥  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

①  $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

②  $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

③  $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $= (a^3 + b^3) + 3ab(a+b)$

④  $(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$   
 $= (a^3 - b^3) - 3ab(a-b)$

✓ ⑤  $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$

⑥  $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$

**Câu 2 – Mã VinaID 140953 – Vinastudy.vn:**

Cho  $x + \frac{1}{2x} = 3$ . Tính  $A = 2x^3 + \frac{1}{4x^3}$ .

VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN  
TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140953 – Vinastudy.vn:

Cho  $x + \frac{1}{2x} = 3$ . Tính  $A = 2x^3 + \frac{1}{4x^3}$ .

VD2 Cho  $x + \frac{1}{x} = 3$ . Tính  $B = x^3 + \frac{1}{x^3}$

$$B = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3$$

$$= 18$$

①  $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

②  $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

✓ ③  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$   
 $= \underline{(a^3 + b^3)} + 3ab(a + b)$

④  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$   
 $= \underline{(a^3 - b^3)} - 3ab(a - b)$

✓ ⑤  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

⑥  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

\*  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

\*  $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$

VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN  
TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140953 – Vinastudy.vn:

Cho  $x + \frac{1}{2x} = 3$ . Tính  $A = 2x^3 + \frac{1}{4x^3}$ .

$\frac{5+}{9}$

$$A = 2 \left( x^3 + \frac{1}{8x^3} \right)$$

$$= 2 \left( x^3 + \frac{1}{(2x)^3} \right)$$

$$= 2 \left[ \left( x + \frac{1}{2x} \right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{2x} \left( x + \frac{1}{2x} \right) \right]$$

$$= 2 \left( 3^3 - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \right)$$

$$= 45$$

**Tài liệu Toán cơ bản nâng cao, luyện thi vào lớp 10 Lớp 9**

**TÀI LIỆU TOÁN LỚP 9AV2**

Giáo viên: Trần Ngọc Trường

**Dạng 1** Các bài toán về tính chất cơ bản của tứ giác đặc biệt

**Câu 2 – Mã VinaID 140943 – Vinastudy.vn:**

Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Lấy điểm D đối xứng với A qua G.

- a) Tứ giác BGCD là hình gì?
- b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác BGCD là hình thoi.

**CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT**

Mã VinaID 140943 – Vinastudy.vn:  
 Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Lấy điểm D đối xứng với A qua G.

a) Tứ giác BGCD là hình gì?  
 b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác BGCD là hình thoi.

**[1]**  $\oplus$  Trs AG cắt CB tại O  
 $\oplus$  Vì G là trọng tâm  $\Rightarrow AG$  là trung tuyến  $\triangle ABC$   
 $\Rightarrow BO = OC$  ①  
 $\oplus$  Vì G là trọng tâm  $\triangle ABC \Rightarrow GO = \frac{1}{2} GA$   
 Mà  $GA = GD$  (gt)  $\Rightarrow GO = \frac{1}{2} GD$   
 $\Rightarrow GO = OD$  ②  
 Từ ①②  $\Rightarrow$  BGCD là HTH

**[2]**  $\triangle ADC, AG = GD, AM = MC$   
 $\Rightarrow GM$  là đường TB  $\triangle ADC$   
 $\Rightarrow DC \parallel 2GM$   
 Mà  $BG = 2GM \Rightarrow DC \parallel BG \Rightarrow \dots$

**CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT**

Mã VinaID 140943 – Vinastudy.vn:  
 Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Lấy điểm D đối xứng với A qua G.

a) Tứ giác BGCD là hình gì?  
 b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác BGCD là hình thoi.

b. Để BGCD là hình thoi thì  $GD \perp BC$

Khi đó  $AO \perp BC, BO = OC$   
 $\Rightarrow AO$  là trung trực của BC  
 $\Rightarrow AB = AC$

Vậy  $\triangle ABC$  có  $AB = AC$  thì BGCD là hình thoi

a) Tứ giác BGCD là hình gì.  
 b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác BGCD là hình thoi.

$\triangle ABC$ , phân giác AM. Biết  $BM = MC$

[C1] CMR:  $AB = AC$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{MC} = 1 \Rightarrow AB = AC$$

[C2] Hạ  $ME \perp AB, MF \perp AC$

$$\triangle AME = \triangle AMF \Rightarrow ME = MF$$

$$\Rightarrow \triangle MEB = \triangle MFC$$

$$\Rightarrow \widehat{EBM} = \widehat{FCM} \rightarrow \dots$$

**Câu 3 – Mã VinaID 140944 – Vinastudy.vn:**

Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho  $AE = CF$ . Gọi O là trung điểm của EF. Vẽ điểm M sao cho O là trung điểm của DM. Chứng minh rằng tứ giác DEMF là hình vuông.

**TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN**  
**CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT**  
 Mã VinaID 140944 – Vinastudy.vn:  
 Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho AE = CF. Gọi O là trung điểm của EF. Vẽ điểm M sao cho O là trung điểm của DM. Chứng minh rằng tứ giác DEMF là hình vuông.

⊕  $EO = OF, OD = OM \Rightarrow DEMF$  là hbh ①

⊕  $\triangle ADE = \triangle CDF$  (cg)  $\Rightarrow DE = DF$  ②

⊕  $\triangle ADE = \triangle CDF \Rightarrow \widehat{D_1} = \widehat{D_3}$   
 Mà  $\widehat{D_1} + \widehat{D_2} = \widehat{ADC} = 90^\circ$   
 $\Rightarrow \widehat{EDF} = \widehat{D_2} + \widehat{D_3} = 90^\circ$  ③

Từ ①②③  $\Rightarrow$  đpcm

Mã VinaID 140944 – Vinastudy.vn:  
 Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho AE = CF. Gọi O là trung điểm của EF. Vẽ điểm M sao cho O là trung điểm của DM. Chứng minh rằng tứ giác DEMF là hình vuông.

$\triangle ABM = \triangle BCN$   
 $\Rightarrow \begin{cases} AM = NB \\ \widehat{A_1} = \widehat{B_1} \end{cases}$   
 $\Rightarrow \widehat{B_1} + \widehat{M_1} = \widehat{A_1} + \widehat{M_1} = 90^\circ$

**Câu 5 – Mã VinaID 140946 – Vinastudy.vn:**

Cho tam giác ABC, vẽ ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABDE và BCKH. Gọi BM là đường trung tuyến của tam giác ABC

- Chứng minh  $DBH + ABC = 180^\circ$ .
- Vẽ hình bình hành DBHN. Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle NHB$ .
- Chứng minh  $DH = 2BM$ .
- Chứng minh  $BM \perp DH$ .

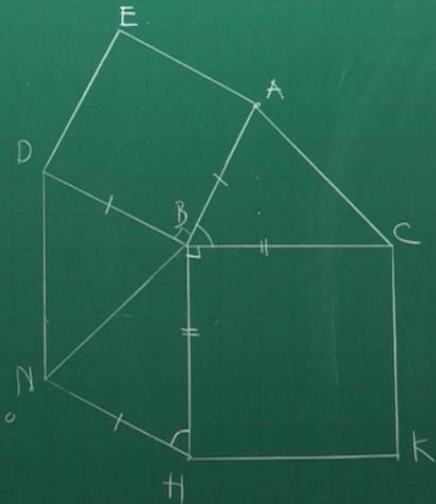
Mã VinaID 140946 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác  $ABC$ , vẽ ra phía ngoài tam giác các hình vuông  $ABDE$  và  $BCKH$ . Gọi  $BM$  là đường trung tuyến của tam giác  $ABC$

- Chứng minh  $\widehat{DBH} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ .
- Vẽ hình bình hành  $DBHN$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle NHB$ .
- Chứng minh  $DH = 2BM$ .
- Chứng minh  $BM \perp DH$ .

$$\begin{aligned} a) \quad & \widehat{ABE} + \widehat{CBH} + \widehat{HBD} + \widehat{DBA} = 360^\circ \\ & \Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{DBH} = 180^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad & \triangle ABC = \triangle NHB \text{ (cgc) v. } \begin{cases} AB = NH (= BD) \\ \widehat{ABC} = \widehat{BHN} \\ \quad (+ \widehat{HBD}) = 180^\circ \\ BC = BH \end{cases} \end{aligned}$$

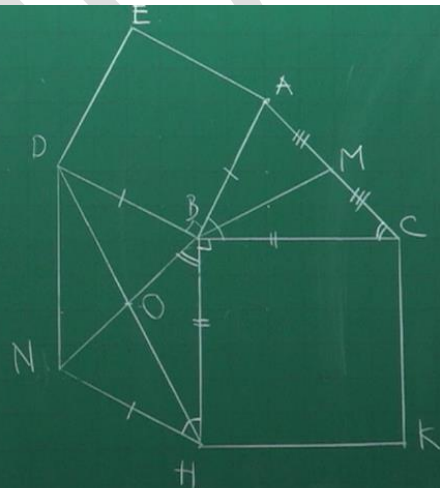


- Chứng minh  $\widehat{DBH} + \widehat{ABC} = 180^\circ$ .
- Vẽ hình bình hành  $DBHN$ . Chứng minh  $\triangle ABC = \triangle NHB$ .
- Chứng minh  $DH = 2BM$ .
- Chứng minh  $BM \perp DH$ .

Giả  $BN$  cắt  $DH$  tại  $O \Rightarrow DH = 2HO$  (1)

$$\begin{aligned} & \triangle OBH = \triangle OMC \text{ (cgc) v. } \\ & \begin{cases} BH = BC \\ \widehat{OBH} = \widehat{OCM} \text{ (} \triangle ABC = \triangle NHB \text{)} \\ OB = OC \text{ (} = \frac{1}{2} BN = \frac{1}{2} AB \text{)} \end{cases} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Rightarrow OH = OM \text{ (2)} \\ & \text{Từ (1)(2) } \Rightarrow DH = 2BM \end{aligned}$$



d) Chứng minh  $BM \perp DH$ .

GT/S  $BM$  cắt  $DH$  tại  $I$   
 $\Delta OBH = \Delta MCB$  (cmt)

$$\Rightarrow \widehat{OHB} = \widehat{MCB}$$

$$\text{Mà } \widehat{MCB} + \widehat{IBH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{IHB} + \widehat{IBH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BIH} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow BM \perp DH$$