

Tài liệu Luyện thi vào đại học Toán Lớp 11

LƯỢNG GIÁC

Tài liệu bồi dưỡng Toán Lớp 11

A TÓM TẮT KIẾN THỨC CƠ BẢN CẦN NẮM

1. GÓC LƯỢNG GIÁC

a) Khái niệm về góc lượng giác và số đo của góc lượng giác
.....

b) Hệ thức Chasles
.....

2. ĐƠN VỊ ĐO GÓC VÀ ĐỘ DÀI CUNG TRÒN

a) Đơn vị đo góc và cung tròn
.....

b) Độ dài cung tròn
.....

3. GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA GÓC LƯỢNG GIÁC

a) Đường tròn lượng giác
.....

b) Giá trị lượng giác của góc lượng giác
.....

4. QUAN HỆ GIỮA GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC

a) Các công thức lượng giác cơ bản
.....

b) Giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt
.....

B PHÂN LOẠI VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI BÀI TẬP

Dạng 1 : Đơn vị đo độ và radian

1. Phương pháp

2. Các ví dụ minh họa.
.....

3. Áp dụng:

3.1. Trắc nghiệm 4 phương án:

Câu 1: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\pi \text{ rad} = 1^\circ$. B. $\pi \text{ rad} = 60^\circ$. C. $\pi \text{ rad} = 180^\circ$. D. $\pi \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

Câu 2: Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $1 \text{ rad} = 1^\circ$. B. $1 \text{ rad} = 60^\circ$. C. $1 \text{ rad} = 180^\circ$. D. $1 \text{ rad} = \left(\frac{180}{\pi}\right)^\circ$.

Câu 3: Nếu một cung tròn có số đo là a° thì số đo radian của nó là:

A. $180\pi a$. B. $\frac{180\pi}{a}$. C. $\frac{a\pi}{180}$. D. $\frac{\pi}{180a}$.

Câu 4: Nếu một cung tròn có số đo là $3a^\circ$ thì số đo radian của nó là:

A. $\frac{a\pi}{60}$. B. $\frac{a\pi}{180}$. C. $\frac{180}{a\pi}$. D. $\frac{60}{a\pi}$.

Câu 5: Đổi số đo của góc 108° sang đơn vị radian.

A. $\frac{3\pi}{5}$. B. $\frac{\pi}{10}$. C. $\frac{3\pi}{2}$. D. $\frac{\pi}{4}$.

Câu 6: Đổi số đo của góc $45^\circ 32'$ sang đơn vị radian với độ chính xác đến hàng phần nghìn.

A. 0,7947. B. 0,7948. C. 0,795. D. 0,794.

3.2 Đúng sai

Câu 1: Đổi số đo của các góc sang radian. Khi đó:

a) $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

b) $\left(\frac{15}{\pi}\right)^\circ = \frac{1}{12} \text{ rad}$

c) $132^\circ = \frac{12\pi}{15} \text{ rad}$

d) $-495^\circ = -\frac{13\pi}{4} \text{ rad}$

Dạng 2: Biểu diễn cung lượng giác trên đường tròn lượng giác

1. Phương pháp

2. Các ví dụ minh họa.

.....

3. Áp dụng:

3.1. Trắc nghiệm 4 phương án:

Câu 1: Cho góc lượng giác $(Ox, Oy) = 22^\circ 30' + k360^\circ$. Với giá trị k bằng bao nhiêu thì góc

$$(Ox, Oy) = 1822^{\circ}30'?$$

- A. $k \in \emptyset$. B. $k = 3$. C. $k = -5$. D. $k = 5$.

Câu 2: Một chiếc đồng hồ, có kim chỉ giờ OG chỉ số 9 và kim phút OP chỉ số 12. Số đo của góc lượng giác (OG, OP) là

- A. $\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $-270^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$. C. $270^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$. D. $\frac{9\pi}{10} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 3: Trên đường tròn lượng giác có điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 45° . Gọi N là điểm đối xứng với M qua trục Ox , số đo cung lượng giác AN bằng

- A. -45° . B. 315° .
C. 45° hoặc 315° . D. $-45^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 4: Trên đường tròn với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 60° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua trục Oy , số đo cung AN là:

- A. 120° . B. -240° .
C. -120° hoặc 240° . D. $120^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5: Trên đường tròn lượng giác với điểm gốc là A . Điểm M thuộc đường tròn sao cho cung lượng giác AM có số đo 75° . Gọi N là điểm đối xứng với điểm M qua gốc tọa độ O , số đo cung lượng giác AN bằng:

- A. 255° . B. -105° C. -105° hoặc 255° . D.
 $-105^{\circ} + k360^{\circ}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 6: Cho bốn cung (trên một đường tròn định hướng): $\alpha = -\frac{5\pi}{6}$, $\beta = \frac{\pi}{3}$, $\gamma = \frac{25\pi}{3}$,

$$\delta = \frac{19\pi}{6}. \text{ Các cung nào có điểm cuối trùng nhau?}$$

- A. α và β ; γ và δ . B. β và γ ; α và δ . C. α, β, γ . D. β, γ, δ .

Câu 7: Các cặp góc lượng giác sau ở trên cùng một đường tròn đơn vị, cùng tia đầu và tia cuối. Hãy nêu kết quả SAI trong các kết quả sau đây:

- A. $\frac{\pi}{3}$ và $-\frac{35\pi}{3}$. B. $\frac{\pi}{10}$ và $\frac{152\pi}{5}$. C. $-\frac{\pi}{3}$ và $\frac{155\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{7}$ và $\frac{281\pi}{7}$.

Câu 8: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành tam giác đều?

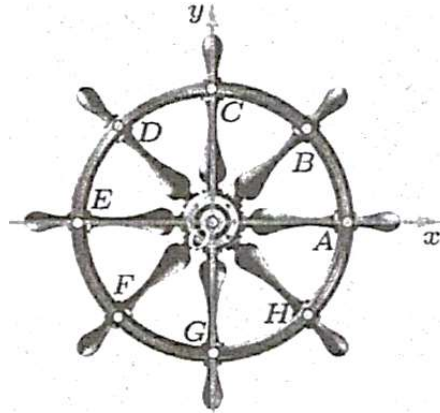
- A. $\frac{k2\pi}{3}$. B. $k\pi$. C. $\frac{k\pi}{2}$. D. $\frac{k\pi}{3}$.

Câu 9: Trên đường tròn lượng giác gốc A , cung lượng giác nào có các điểm biểu diễn tạo thành hình vuông?

- A. $\frac{k\pi}{2}$. B. $k\pi$. C. $\frac{k2\pi}{3}$. D. $\frac{k\pi}{3}$.

3.2. ĐÚNG - SAI

Câu 1: Trong hình vẽ bên, ta xem hình ảnh đường tròn trên một bánh lái tàu thủy tương ứng với một đường tròn lượng giác.



a) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác (OA, OB) theo đơn vị radian:

$$(OA, OB) = \frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z});$$

b) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với bốn điểm biểu diễn là

$$A, C, E, G \text{ theo đơn vị radian là } k\frac{\pi}{3} (k \in \mathbb{Z})$$

c) Công thức tổng quát chỉ ra góc lượng giác tương ứng với hai điểm biểu diễn là A, E theo đơn vị độ là: $k180^\circ (k \in \mathbb{Z})$

d) Công thức tổng quát biểu diễn góc lượng giác $(OA, OC) + (OC, OH)$ theo đơn vị radian:

$$\frac{\pi}{4} + k2\pi (k \in \mathbb{Z})$$

Dạng 3. Độ dài của một cung tròn

1. Phương pháp

2. Các ví dụ minh họa.

.....

3. Áp dụng:

3.1. Trắc nghiệm 4 phương án:

Câu 1: Tính độ dài ℓ của cung trên đường tròn có bán kính bằng 20cm và số đo $\frac{\pi}{16}$.

- A. $\ell = 3,93\text{cm}$. B. $\ell = 2,94\text{cm}$. C. $\ell = 3,39\text{cm}$. D. $\ell = 1,49\text{cm}$.

Câu 2: Tính độ dài của cung trên đường tròn có số đo 1,5 và bán kính bằng 20 cm .

- A. 30cm . B. 40cm . C. 20cm . D. 60cm .

Câu 3: Một cung tròn có độ dài bằng 2 lần bán kính. Số đo radian của cung tròn đó là

- A. 1 . B. 2 . C. 3 . D. 4 .

Câu 4: Trên đường tròn bán kính R , cung tròn có độ dài bằng $\frac{1}{6}$ độ dài nửa đường tròn thì có số đo (tính bằng radian) là:

- A. $\pi/2$. B. $\pi/3$. C. $\pi/4$. D. $\pi/6$.

Câu 5: Bánh xe đạp của người đi xe đạp quay được 2 vòng trong 5 giây. Hỏi trong 2 giây, bánh xe quay được 1 góc bao nhiêu?

- A. $\frac{8}{5}\pi$. B. $\frac{5}{8}\pi$. C. $\frac{3}{5}\pi$. D. $\frac{5}{3}\pi$.

3.2. ĐÚNG - SAI

Câu 1: Từ một vị trí ban đầu trong không gian, vệ tinh X chuyển động theo quỹ đạo là một đường tròn quanh Trái Đất và luôn cách tâm Trái Đất một khoảng bằng 9200km . Sau 2 giờ thì vệ tinh X hoàn thành hết một vòng di chuyển.

- a) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1 giờ là: $\approx 28902,65(km)$.
b) Quãng đường vệ tinh X chuyển động được sau 1,5 giờ là: $\approx 43353,98(km)$
c) Sau khoảng 5,3 giờ thì X di chuyển được quãng đường 240000 km
d) Giả sử vệ tinh di chuyển theo chiều dương của đường tròn, sau 4,5 giờ thì vệ tinh vẽ nên một góc $\frac{9\pi}{2}$ rad?

Dạng 4 : Xác định giá trị của biểu thức chứa góc đặc biệt, góc liên quan đặc biệt và dấu của giá trị lượng giác của góc lượng giác.

1. Phương pháp

2. Các ví dụ minh họa.

.....

3. Áp dụng:**3.1. Trắc nghiệm 4 phương án:**

Câu 1: Cho α thuộc góc phần tư thứ nhất của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha < 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 2: Cho α thuộc góc phần tư thứ hai của đường tròn lượng giác. Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau đây.

- A. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha > 0$. B. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha < 0$.
C. $\sin \alpha > 0$; $\cos \alpha < 0$. D. $\sin \alpha < 0$; $\cos \alpha > 0$.

Câu 3: Cho α thuộc góc phần tư thứ ba của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là sai ?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 4: Cho α thuộc góc phần tư thứ tư của đường tròn lượng giác. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha > 0$.

Câu 5: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha$, $\cos \alpha$ cùng dấu?

- A. Thứ II. B. Thứ IV.
C. Thứ II hoặc IV. D. Thứ I hoặc III.

Câu 6: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ trái dấu?

- A. Thứ I. B. Thứ II hoặc IV.
C. Thứ II hoặc III. D. Thứ I hoặc IV.

Câu 7: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}$.

- A. Thứ II. B. Thứ I hoặc II.
C. Thứ II hoặc III. D. Thứ I hoặc IV.

Câu 8: Điểm cuối của góc lượng giác α ở góc phần tư thứ mấy nếu $\sqrt{\sin^2 \alpha} = \sin \alpha$.

- A. Thứ III. B. Thứ I hoặc III.
C. Thứ I hoặc II. D. Thứ III hoặc IV.

Câu 9: Cho $2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan \alpha > 0$; $\cot \alpha > 0$. B. $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha < 0$.
C. $\tan \alpha > 0$; $\cot \alpha < 0$. D. $\tan \alpha < 0$; $\cot \alpha > 0$.

Câu 10: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sin(\alpha - \pi) \geq 0$. B. $\sin(\alpha - \pi) \leq 0$.
C. $\sin(\alpha - \pi) < 0$. D. $\sin(\alpha - \pi) < 0$.

Câu 11: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) > 0$. B. $\cot\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right) \geq 0$.
C. $\tan(\alpha + \pi) < 0$. D. $\tan(\alpha + \pi) > 0$.

Câu 12: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Giá trị lượng giác nào sau đây luôn dương?

- A. $\sin(\pi + \alpha)$. B. $\cot\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$. C. $\cos(-\alpha)$. D. $\tan(\pi + \alpha)$.

Câu 13: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) < 0$. B. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) > 0$.
C. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \leq 0$. D. $\tan\left(\frac{3\pi}{2} - \alpha\right) \geq 0$.

Câu 14: Cho $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$. Xác định dấu của biểu thức $M = \cos\left(-\frac{\pi}{2} + \alpha\right) \cdot \tan(\pi - \alpha)$.

- A. $M \geq 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

Câu 15: Cho $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Xác định dấu của biểu thức $M = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \cdot \cot(\pi + \alpha)$.

- A. $M \geq 0$. B. $M > 0$. C. $M \leq 0$. D. $M < 0$.

3.2. ĐÚNG - SAI

Câu 1: Cho $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$. Xét được dấu của các biểu thức sau. Khi đó:

- a) $A = \cos(\alpha + \pi) < 0$;
b) $B = \tan(\alpha - \pi) > 0$;

c) $C = \sin\left(\alpha + \frac{2\pi}{5}\right) < 0;$

d) $D = \cos\left(\alpha - \frac{3\pi}{8}\right) < 0.$

3.3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1: Tính giá trị biểu thức $P = \sin^2 10^\circ + \sin^2 20^\circ + \sin^2 30^\circ + \dots + \sin^2 80^\circ.$

Câu 2: Tính giá trị biểu thức $P = \tan 10^\circ \cdot \tan 20^\circ \cdot \tan 30^\circ \dots \tan 80^\circ.$

Câu 3: Tính giá trị biểu thức $P = \tan 1^\circ \tan 2^\circ \tan 3^\circ \dots \tan 89^\circ.$

Câu 4: Cho $\cos \alpha = \frac{1}{3}$. Khi đó $\sin\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right)$ bằng

Câu 5: Biểu thức lượng giác $\left[\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin(10\pi + x)\right]^2 + \left[\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right) + \cos(8\pi - x)\right]^2$ có giá trị bằng?

Dạng 5 : Tính giá trị của góc còn lại hoặc của một biểu thức lượng giác khi biết một giá trị lượng giác.

1. Phương pháp

2. Các ví dụ minh họa.

.....

3. Áp dụng:

3.1. Trắc nghiệm 4 phương án:

Câu 1: Cho góc α thỏa $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ và $90^\circ < \alpha < 180^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cot \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\tan \alpha = \frac{5}{4}$. D. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$.

Câu 2: Cho góc α thỏa $\cot \alpha = \frac{3}{4}$ và $0^\circ < \alpha < 90^\circ$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\cos \alpha = -\frac{4}{5}$. B. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$. C. $\sin \alpha = \frac{4}{5}$. D. $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$.

3.2. ĐÚNG - SAI

Câu 1: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\sin x = -\frac{3}{5}$ với

$\pi < x < \frac{3\pi}{2}$. Khi đó:

- a) $\cos x > 0$
- b) $\cos x = -\frac{4}{5}$
- c) $\tan x = \frac{3}{4}$
- d) $\cot x = \frac{4}{3}$

Câu 2: Tính được các giá trị lượng giác còn lại của góc x , biết: $\cos x = \frac{1}{4}$ với $0 < x < \frac{\pi}{2}$

. Khi đó:

- a) $\sin x < 0$
- b) $\sin x = -\frac{\sqrt{15}}{4}$
- c) $\tan x = \sqrt{15}$
- d) $\cot x = -\frac{1}{\sqrt{15}}$

Câu 3: Cho $\tan x = -2$. Tính được các biểu thức $A_1 = \frac{5 \cot x + 4 \tan x}{5 \cot x - 4 \tan x}$, $A_2 = \frac{2 \sin x + \cos x}{\cos x - 3 \sin x}$

, khi đó:

- a) $\cot x = -\frac{1}{2}$
- b) Vì $\tan x = -2$ nên $\cos x = 0$
- c) $A_1 = -\frac{21}{11}$
- d) $A_2 = \frac{3}{7}$

Câu 4: Cho $\cot x = 2$. Tính được các biểu thức

$B_1 = \frac{2 \sin x + 3 \cos x}{3 \sin x - 2 \cos x}$, $B_2 = \frac{2}{\cos^2 x - \sin x \cos x}$, khi đó:

- a) Vì $\cot x = 2$ nên $\sin x \neq 0$.
- b) $B_1 = -8$
- c) $B_2 = -5$
- d) $B_1 + B_2 = -13$

Giáo viên: Lê Văn Nam

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy