

Tài liệu Toán cơ bản nâng cao, luyện thi vào lớp 10 Lớp 9

TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 9AV1

Giáo viên: Trần Ngọc Trường

Dạng 1 Các bài toán về tính chất cơ bản của tứ giác đặc biệt

Câu 2 – Mã VinaID 140943 – Vinastudy.vn:

Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Lấy điểm D đối xứng với A qua G.

- a) Tứ giác BGCD là hình gì?
- b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác BGCD là hình thoi.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT

Mã VinaID 140943 – Vinastudy.vn:
 Cho tam giác ABC có các đường trung tuyến BM và CN cắt nhau tại G. Lấy điểm D đối xứng với A qua G.

a) Tứ giác BGCD là hình gì?
 b) Tìm điều kiện của tam giác ABC để tứ giác BGCD là hình thoi.

C2. Xét $\triangle ACD$, $AM = MC, AG = GD$
 $\Rightarrow GM$ là đường trung bình $\triangle ACD$
 $\Rightarrow GM \parallel \frac{1}{2} CD$

Mà $BG = 2GM \Rightarrow BG \parallel CD$
 $\Rightarrow BGCD$ là HBT

b) Để $BGCD$ là hình thoi thì $AP \perp BC$
 Khi đó $AP \perp BC, BP = PC$
 $\Rightarrow AP$ là trung trực của BC
 $\Rightarrow AB = AC \rightarrow \triangle ABC$ cân

C2.
 $\triangle APB = \triangle APC$ (c.g.c)
 $\Rightarrow AB = AC$
 $\Rightarrow \triangle ABC$ cân

Câu 3 – Mã VinaID 140944 – Vinastudy.vn:

Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Gọi O là trung điểm của EF. Vẽ điểm M sao cho O là trung điểm của DM. Chứng minh rằng tứ giác DEMF là hình vuông.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT

Mã VinaID 140944 – Vinastudy.vn:

Cho hình vuông ABCD. Trên tia đối của tia BA lấy điểm E. Trên tia đối của tia CB lấy điểm F sao cho $AE = CF$. Gọi O là trung điểm của EF. Vẽ điểm M sao cho O là trung điểm của DM. Chứng minh rằng tứ giác DEMF là hình vuông.

⊕ DEMF là hbh (vì $EO = OF, DO = OM$) ①

⊕ $\triangle AED = \triangle CFD$ (cgc) (Tự CM)

⇒ $\begin{cases} DE = DF \\ \widehat{ADE} = \widehat{CDF} \end{cases}$ ②

Mà $\widehat{ADE} + \widehat{EDC} = \widehat{ADC} = 90^\circ$

⇒ $\widehat{CDF} + \widehat{EDC} = \widehat{EDF} = 90^\circ$ ③

Từ ①②③ ⇒ DEMF là HV

Câu 5 – Mã VinaID 140946 – Vinatudy.vn:

Cho tam giác ABC, vẽ ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABDE và BCKH. Gọi BM là đường trung tuyến của tam giác ABC

- a) Chứng minh $\widehat{DBH} + \widehat{ABC} = 180^\circ$.
- b) Vẽ hình bình hành DBHN. Chứng minh $\triangle ABC = \triangle NHB$.
- c) Chứng minh $DH = 2BM$.
- d) Chứng minh $BM \perp DH$.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT

Mã VinaID 140946 – Vinatudy.vn:
Cho tam giác ABC, vẽ ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABDE và BCKH.
Gọi BM là đường trung tuyến của tam giác ABC

- a) Chứng minh $\widehat{DBH} + \widehat{ABC} = 180^\circ$.
- b) Vẽ hình bình hành DBHN. Chứng minh $\triangle ABC = \triangle NHB$.
- c) Chứng minh $DH = 2BM$.
- d) Chứng minh $BM \perp DH$.

a) $\widehat{ABC} + \widehat{CBH} + \widehat{HBD} + \widehat{DBA} = 360^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{ABC} + 90^\circ + \widehat{HBD} + 90^\circ = 360^\circ$
 $\Rightarrow \widehat{ABC} + \widehat{HBD} = 180^\circ$ (đpcm)

b) $\triangle ABC = \triangle NHB$ (cg.c) vì $\begin{cases} AB = NH (= DB) \\ \widehat{ABC} = \widehat{HNB} (= \widehat{HBD} = 180^\circ - \widehat{ABC}) \\ BC = BH \end{cases}$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
CÁC BÀI TOÁN VỀ TÍNH CHẤT CỦA TỨ GIÁC ĐẶC BIỆT

Mã VinaID 140946 – Vinatudy.vn:
Cho tam giác ABC, vẽ ra phía ngoài tam giác các hình vuông ABDE và BCKH.
Gọi BM là đường trung tuyến của tam giác ABC

- a) Chứng minh $\widehat{DBH} + \widehat{ABC} = 180^\circ$.
- b) Vẽ hình bình hành DBHN. Chứng minh $\triangle ABC = \triangle NHB$.
- c) Chứng minh $DH = 2BM$.
- d) Chứng minh $BM \perp DH$.

Số 5 DH cắt BN tại P $\Rightarrow \begin{cases} DH = 2PH \\ BP = PN = \frac{1}{2} BN \end{cases}$

$\triangle BPH = \triangle CMB$ (cg.c)
 vì $\begin{cases} BH = BC \text{ (cmt)} \\ \widehat{PBH} = \widehat{MCB} (\triangle ABC = \triangle NHB) \\ BP = MC (= \frac{1}{2} BN = \frac{1}{2} AC) \end{cases}$
 $\Rightarrow PH = BM$
 $\Rightarrow DH = 2BM$.

Giáo viên: Trần Ngọc Trường

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy

Tài liệu Toán cơ bản nâng cao, luyện thi vào lớp 10 Lớp 9

TÀI LIỆU HỌC TẬP LỚP 9AV1

Giáo viên: Trần Thu Trang

Dạng 1 Vận dụng hằng đẳng thức để tính giá trị biểu thức dựa vào biểu thức liên hệ của các ẩn

Câu 1 – Mã VinaID 140952 – Vinastudy.vn:

Cho $x + y = 2, x^2 + y^2 = 10$. Tính giá trị của biểu thức $x^3 + y^3$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
VẬN DỤNG HẰNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN
TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140952 – Vinastudy.vn:

Cho $x + y = 2, x^2 + y^2 = 10$. Tính giá trị của biểu thức $x^3 + y^3$

$$x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 - xy + y^2)$$
$$xy = ?$$

Ta có: $x + y = 2$

$$\Rightarrow (x + y)^2 = 4$$
$$\Rightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 4 \Rightarrow 2xy = 4 - (x^2 + y^2) = 4 - 10 = -6$$
$$\Rightarrow xy = (-6) : 2 = -3$$

Suy ra $x^3 + y^3 = (x + y)(x^2 + y^2 - xy)$

$$= 2 \cdot [10 - (-3)] = 2 \cdot 13 = 26$$

Câu 2 – Mã VinaID 140953 – Vinastudy.vn:

Cho $x + \frac{1}{2x} = 3$. Tính $A = 2x^3 + \frac{1}{4x^3}$.

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
 VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN
 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140953 – Vinastudy.vn:

Cho $x + \frac{1}{2x} = 3$. Tính $A = 2x^3 + \frac{1}{4x^3} = 2 \cdot \left(x^3 + \frac{1}{8x^3}\right) = 45 \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{8}$

$x \cdot \frac{1}{2}x = \frac{1}{2}$

$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
 $= (a^3 + b^3) + 3ab \cdot (a+b)$
 $\Rightarrow a^3 + b^3 = (a+b)^3 - 3ab \cdot (a+b)$

Ta có:
 $x + \frac{1}{2x} = 3$
 $\left(x + \frac{1}{2x}\right)^3 = 27$
 $\Rightarrow x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{2x} \cdot \left(x + \frac{1}{2x}\right) = 27$
 $\Rightarrow x^3 + \frac{1}{8x^3} + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 = 27$
 $\Rightarrow x^3 + \frac{1}{8x^3} = 27 - \frac{9}{2} = \frac{45}{2}$
 $\Rightarrow A = 2 \cdot \left(x^3 + \frac{1}{8x^3}\right) = \frac{45}{2} \cdot 2 = 45$

Dạng 2 Tìm GTLN – GTNN của biểu thức dựa vào biểu thức liên hệ của các ẩn

1. Tìm GTNN – GTLN của tam thức bậc hai $ax^2 + bx + c$

Câu 6 – Mã VinaID 140957 – Vinastudy.vn:

Tìm GTNN của các biểu thức sau

- a) $A(x) = x^2 - 4x + 24$
- b) $B(x) = 2x^2 - 8x + 1$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
 VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN
 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140957 – Vinastudy.vn:
 Tìm GTNN của các biểu thức sau

a) $A(x) = x^2 - 4x + 24$

b) $B(x) = 2x^2 - 8x + 1$

a) $A(x) = x^2 - 4x + 24$
 $= (x^2 - 2 \cdot x \cdot 2 + 2^2) + 20$
 $= (x - 2)^2 + 20$
 Vì $(x - 2)^2 \geq 0 \forall x$
 nên $(x - 2)^2 + 20 \geq 20 \forall x$
 $\Rightarrow A(x) \geq 20 \forall x$
 (Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$)
 Vậy $\text{Min} A(x) = 20$ khi $x = 2$

$ax^2 + bx + c$
 $= [A(x)]^2 + m \geq m$
 (Vì $[A(x)]^2 \geq 0$)
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

phân thức
 $B = \frac{1}{x^2 - 4x + 24}$
 Tìm ĐKXĐ của B.
 $x^2 - 4x + 24 = (x - 2)^2 + 20 > 0 > 0$
 $\Rightarrow B$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
 VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN
 TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140957 – Vinastudy.vn:
 Tìm GTNN của các biểu thức sau

a) $A(x) = x^2 - 4x + 24$

b) $B(x) = 2x^2 - 8x + 1$

b) $B(x) = (2x^2 - 8x) + 1$
 $= 2 \cdot (x^2 - 4x) + 1$
 $= 2 \cdot (x^2 - 4x + 4) - 7$
 $= 2 \cdot (x - 2)^2 - 7$
 Vì $(x - 2)^2 \geq 0 \forall x$
 nên $2 \cdot (x - 2)^2 \geq 0 \forall x$
 $\Rightarrow 2 \cdot (x - 2)^2 - 7 \geq -7 \forall x$ hay $B(x) \geq -7 \forall x$
 (Dấu "=" xảy ra khi $x = 2$)

$ax^2 + bx + c$
 $= [A(x)]^2 + m \geq m$
 (Vì $[A(x)]^2 \geq 0$)
 $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

Vậy $\text{Min} B(x) = -7$ tại $x = 2$

Câu 7 – Mã VinaID 140958 – Vinastudy.vn:

Tìm GTLN của các biểu thức sau

a) $A(x) = -5x^2 - 4x + 1$

b) $B(x) = -3x^2 + x + 1$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN
TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140958 – Vinastudy.vn:
Tìm GTLN của các biểu thức sau

VD $2 > 0$ $A(x) \leq n$
 $-2 < 0$ $A^2 \geq 0$
 $(\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$ $-A^2 \leq 0$
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

a) $A(x) = -5x^2 - 4x + 1$

$-\frac{4}{25} = -\frac{4}{5}$

$$= -5 \cdot (x^2 + \frac{4}{5}x) + 1$$

$$= -5 \cdot (x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{2}{5} + \frac{4}{25}) + 1 + \frac{4}{5}$$

$$= -5 \cdot (x + \frac{2}{5})^2 + \frac{9}{5}$$

Vì $(x + \frac{2}{5})^2 \geq 0 \Rightarrow 5 \cdot (x + \frac{2}{5})^2 \geq 0 \forall x$

$$\Rightarrow -5(x + \frac{2}{5})^2 \leq 0 \forall x$$

$\Rightarrow -5(x + \frac{2}{5})^2 + \frac{9}{5} \leq \frac{9}{5}$
 $\Rightarrow A(x) \leq \frac{9}{5} \forall x$
(Dấu = xảy ra khi $x = -\frac{2}{5}$)
Vậy $\text{Max } A(x) = \frac{9}{5}$ khi $x = -\frac{2}{5}$

TOÁN CƠ BẢN NÂNG CAO LỚP 9 – LUYỆN THI VÀO LỚP 10 - VINASTUDY.VN
VẬN DỤNG HÀNG ĐẲNG THỨC VÀO CÁC BÀI TOÁN
TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC - TÌM GLTN - GTNN

Mã VinaID 140958 – Vinastudy.vn:
Tìm GTLN của các biểu thức sau

VD $2 > 0$ $A(x) \leq n$
 $-2 < 0$ $A^2 \geq 0$
 $a^2 \rightarrow$ số chẵn phương ($a \in \mathbb{Z}$) $-A^2 \leq 0$
 $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

a) $A(x) = -5x^2 - 4x + 1$

b) $B(x) = -3x^2 + x + 1$

Q2) $A(x) = -5x^2 - 4x + 1$

$$5 \cdot A(x) = -25x^2 - 20x + 5$$

$$5 \cdot A(x) = -(25x^2 + 20x) + 5$$

$$5 \cdot A(x) = -[(5x)^2 + 2 \cdot 5x \cdot 2 + 2^2] + 5 + 4$$

$$5 \cdot A(x) = -(5x + 2)^2 + 9$$

Vì $(5x + 2)^2 \geq 0 \forall x \Rightarrow -(5x + 2)^2 \leq 0 \forall x$

$$\Rightarrow -(5x + 2)^2 + 9 \leq 9$$

hay $5 \cdot A(x) \leq 9 \Rightarrow A(x) \leq \frac{9}{5}$
(Dấu = xảy ra khi $x = -\frac{2}{5}$)

$5x^2$
 $4x^2 = (2x)^2$
 \downarrow
 $2x \rightarrow a$
Vậy $\text{Max } A(x) = \frac{9}{5}$
tại $x = -\frac{2}{5}$

Giáo viên: Trần Thu Trang

Bản quyền video bài giảng thuộc về Vinastudy